Секция «Логика»

**Симуляция натуральных исчислений**

***Кожемяченко Даниил Андреевич***

*Студент (бакалавр)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Философский факультет, Кафедра логики, Москва, Россия

*E-mail: kodaniil@yandex.ru*

Рассматриваются натуральные в смысле [4], [6] (т.е., с правилом дедукции $\dfrac{B}{A \supset B}$ и допускающие введение произвольных допущений при доказательстве) исчисления классической логики высказываний.

**Соглашение** Длиной вывода называем число строк в нем. Запись вида $\Gamma|\frac{S}{k}A$ будет обозначать, что существует вывод формулы $A$ из множества формул $\Gamma$ в исчислении $S$, длина которого не превышает $k$ строк.

**Определение 1** Как и в [5], мы будем писать

$$f(n) = O(g(n)),$$

где $f$ и $g$ — функции, отображающие множество $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ в себя, если есть такие $c, n_0 \in \mathbb{N}$, что для любого $n \geqslant n_0$ $f(n) \leqslant c \cdot g(n)$. Иными словами, $f(n) = O(g(n))$ означает, что $f$ растет не быстрее $g$.

**Определение 2** Как и в [3] мы будем говорить, что исчисление $S$ симулирует исчисление $T$ с ростом в длине $f(x)$, если для любого $T$-доказательства длиной в $k$ строк, существует $S$-доказательство той же самой формулы за $O(f(k))$ строк. Мы будем говорить о «линейной», «квадратичной», «полиномиальной» (или p-симуляции) и т.д. симуляции, когда рост в размере задается соответственно линейной, квадратичной, полиномиальной и т.д. функцией.

**Определение 3** Мы будем говорить, что исчисление $T$ дает не более чем $f(x)$-ускорение, если исчисление $S$ может симулировать исчисление $T$ с ростом в длине $f(x)$.

Исследуется взаимная симуляция натуральных исчислений **NP**, **WPC**, $nd\mathcal{F}$. Исчисления заданы соответственно в [1], [2] и [3].

Индукцией по длине вывода доказываются следующие теоремы

**Теорема 1** $\Gamma|\frac{\mathbf{NP}}{n}C \Rightarrow \Gamma|\frac{nd\mathcal{F}}{7n}C$

**Теорема 2** $\Gamma|\frac{\mathbf{WPC}}{n}C \Rightarrow \Gamma|\frac{nd\mathcal{F}}{7n}C$

**Теорема 3** $\Gamma|\frac{nd\mathcal{F}}{n}D \Rightarrow \Gamma|\frac{\mathbf{NP}}{15n}D$

**Теорема 4** $\Gamma|\frac{nd\mathcal{F}}{n}D \Rightarrow \Gamma|\frac{\mathbf{WPC}}{15n}D$

## Источники и литература

1) Бочаров В.А., Маркин В.И. Введение в логику. — М.: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М., 2008
2) Войшвилло Е.К., Дегтярев М.Г. Логика. — М.: ВЛАДОС-ПРЕСС, 2001
3) Buss S. R., Bonet M. L. The deduction rule and linear and near-linear proof simulations // The Journal of Symbolic Logic. — 1993. — Jun. — Vol. 58, no. 2. — P. 688–709.
4) Reckhow R.A. On the lengths of proofs in the propositional calculus : Ph. D. thesis / Reckhow R.A. ; University of Toronto. — 1976.

5) Papadimitriou C. H. Computational complexity. — NY : Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1995.

6) Pelletier F.J. A brief history of natural deduction // HISTORY AND PHILOSOPHY OF LOGIC. — 1999. — no. 20. — P. 1–31.

**Слова благодарности**

Докладчик выражает глубокую и искреннюю благодарность своему научному руководителю — Василию Олеговичу Шангину — за поддержку и помощь в работе над докладом.