Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вероятности больших уклонений для системы обслуживания с входящим ДСПП и ненадежным прибором

Айбатов Серик Жагалбаевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия

E-mail: capseriktoday@mail.ru

Рассматривается одноканальная система обслуживания с дважды стохастическим пуассоновским входящим потоком $A(t)$ (ДСПП). Полагаем, что существует некоторая случайная интенсивность $\lambda(t,w)$ и

$$A(t) = A^*(\Lambda(t)),$$

где $\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(y,w)dy$ и $A^*(t)$ — стандартный пуассоновский поток, не зависящий от $\lambda(t,w)$. Считаем, что $\lambda(t,w)$ — регенерирующий случайный процесс с точками регенерации $\{\theta_n\}_{n=1}^{\infty}(\theta_0 = 0)$ и периодами регенерации $\{\tau_n = \theta_n - \theta_{n-1}\}_{n=1}^{\infty}$, $\tau_1 < \infty$. Тогда процесс $A(t)$ тоже регенерирующий с теми же точками регенерации. Обозначим $\xi_n = A(\theta_n - 0) - A(\theta_{n-1})$ — число требований, поступивших в течение n-го периода регенерации. Пусть $\lambda = \lim_{t\to\infty} \frac{A(t)}{t} = \frac{\xi_1}{\tau_1}$ — интенсивность входящего потока.

Времена обслуживания требований описываются последовательностью случайных величин $\{\eta_n\}_{n=1}^{\infty}$, которые независимы, имеют общую функцию распределения $B(x)$, среднее $b < \infty$, $b(s) = e^{-s\eta_1}$. Последовательность $\{\eta_n\}_{n=1}^{\infty}$ не зависит от входящего потока $A(t)$.

Прибор может выходить из строя и восстанавливаться. Этот процесс определяется двумя независимыми последовательностями, каждая из которых состоит из независимых одинаково распределенных случайных величин. При этом время рабочего состояния распределено экспоненциально с параметром ν, а время восстановления имеет функцию распределения $D(x)$ и среднее $d < \infty$. После восстановления прибора требование начинает обслуживаться заново, причем новое время обслуживания не зависит от старого.

Предполагаем, что коэффициент загрузки $\rho = \lambda b_c < 1$, где $b_c = \frac{1-b(\nu)}{b(\nu)}\left(\frac{1}{\nu} + d\right)$. Тогда у процесса виртуального времени ожидания существует стационарная функция распределения $\Psi(x)$.

Теорема 1. *Пусть $D(x)$ сильно субэкспоненциальная функция распределения и*

1) $\lambda(t,w) < \tilde{\lambda} < \infty$ с вероятностью 1;

2) существует константа $c > b_c$ такая, что $\mathsf{P}(\tau > x/c\tilde{\lambda}e^2) = o(\bar{D}^2(x))$ при $x \to \infty$. Тогда при $x \to \infty$

$$1 - \Psi(x) \sim \frac{\lambda(1-b(\nu))}{(1-\lambda b_c)b(\nu)} \int_x^{\infty} (1 - D(y))dy.$$

Слова благодарности

Автор выражает глубокую благодарность проф. Л.Г. Афанасьевой за постоянное внимание к работе и ценные замечания, существенным образом способствовавшие написанию работы.