

**Минимальные деревья Штейнера в малых окрестностях точек римановых многообразий**

**Чикин Владимир Максимович**

*Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия

*E-mail: 4ik-ist@mail.ru*

Общая задача о поиске связной кратчайшей сети, соединяющей данное конечное множество точек плоскости, носит название проблема Штейнера. Для некоторых множеств специального вида в евклидовом пространстве минимальные деревья Штейнера известны. В настоящей работе изучаются минимальные деревья Штейнера на гладких римановых многообразиях. Для доказательства основной теоремы рассматриваются изменения метрик. В ходе работы было замечено, что из непрерывной зависимости изменения длин кривых при вариации метрики не вытекает непрерывность расстояния между точками в соответствующей внутренней метрике; построен соответствующий пример. В работе сформулировано некоторое условие (\*), являющееся достаточным требованием для обеспечения непрерывности расстояния. Далее, рассматривается непрерывное изменение римановой метрики на многообразии и показывается, что если многообразие является полным, то условие (\*) выполнено, в следствие чего расстояние между любыми двумя точками меняется непрерывно. Затем, пользуясь этим выводом, доказывается непрерывность длины минимального параметрического дерева заданного типа для заданной границы на римановом многообразии при непрерывном изменении римановой метрики. С помощью этого получен результат, описывающий бинарные типы минимальных деревьев Штейнера для произвольных малых границ на римановом многообразии. В дальнейшем мы определим правильный многоугольник на римановом многообразии, и опишем конкретные бинарные типы, реализующие минимальные деревья Штейнера для вершин достаточно малого правильного многоугольника на многообразии. Как следствие, показывается, что на плоскости Лобачевского и сфере для каждого  $n \geq 7$  существует достаточно малая окрестность точки  $X_0$  на ней такая, что для любого лежащего в ней правильного  $n$ -угольника с центром в  $X_0$  минимальным деревом Штейнера является граница этого  $n$ -угольника без любой его стороны.

**Источники и литература**

- 1) Бураго Д.Ю., Бураго Ю. Д., Иванов С. В., Курс метрической геометрии, РХД, Москва-Ижевск, 2004.
- 2) А. О. Иванов, А. А. Тужилин, Теория экстремальных сетей, Москва-Ижевск, Институт компьютерных исследований, 2003.