Секция «Геометрия и топология»

Отображения, не меняющие типы минимальных заполнений конечных метрических пространств

Липатов Степан Юрьевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия

E-mail: stepa.lipatov@yandex.ru

article [utf8]inputenc [russian]babel hyperref amsmath amsfonts amsthm

plain thmТеорема[section] prop[thm]Предложение cor[thm]Следствие ass[thm]Утверждение lem[thm]Лемма

definition conj[thm]Гипотеза examp[thm]Пример prb[thm]Задача dfn[thm]Определение rk[thm]Замечание agree[thm]Соглашение constr[thm]Конструкция questВОПРОС

amsmath

1. Предварительные результаты

Приведем необходимые для дальнейшего определения и результаты. Подробности см. в [?].

2. Основные результаты

основной результат статьи.

Положим $\mathbb{R}_{>0} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$. [Основная теорема] Пусть $f\colon \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}_{>0}$ — такая функция, что для каждого метрического пространства (M, ρ) функция $f \circ \rho$ по-прежнему является метрикой на M, и множества типов всех минимальных заполнений пространств (M, ρ) и $(M, f \circ \rho)$ совпадают. Тогда существует такое C, равное $f(1) - \frac{f(2)}{2}$, что $f + 2C$ линейна на $\mathbb{R}_{\geq 0}$. основано на двух вспомогательных результатах — леммах ?? и ??.

Пусть $M = \{p_1, \dots, p_n\}$ и ρ — метрика на M. Положим $\rho_{ij} = \rho(p_i, p_j)$. Также через ρ обозначим вектор $(\rho_{12}, \rho_{13}, \dots, \rho_{n-1,n})$, составленный из ненулевых ρ_{ij}. Тогда $\rho \in \mathbb{R}^{n(n-1)/2}$.

Сумма скалярной матрицы λE и матрицы с одинаковыми строками из неотрицательных элементов задаёт преобразование метрики, сохраняющее метрики и типы минимальных заполнений.

Пусть N — сумма положительной диагональной матрицы $A = \mathrm{diag}(l_{12}, l_{13}, \dots, l_{n-1,n})$ и матрицы B с одинаковыми строками из неотрицательных элементов, а $C(\rho)$ — скалярное произведение строки матрицы B на вектор расстояний. диагональной матрицы A означает, что при соответствующем ей (A) линейном преобразовании $\rho'_{ij} = l_{i,j}\rho_{ij}$.скалярное произведение строки матрицы B на вектор расстояний.

Сумма скалярной матрицы λE и матрицы с одинаковыми строками из неотрицательных элементов задаёт преобразование метрики, сохраняющее метрики и типы минимальных заполнений.

Пусть N — сумма положительной диагональной матрицы $A = \mathrm{diag}(l_{12}, l_{13}, \dots, l_{n-1,n})$ и матрицы B с одинаковыми строками из неотрицательных элементов, а $C(\rho)$ — скалярное произведение строки матрицы B на вектор расстояний. диагональной матрицы A означает, что при соответствующем ей (A) линейном преобразовании $\rho'_{ij} = l_{i,j}\rho_{ij}$.скалярное произведение строки матрицы B на вектор расстояний. Матрица N вида $A + B$ в обозначениях ?? задаёт такое отображение $\rho \mapsto \rho'$, что $\rho'_{ij} = l_{ij}\rho_{ij} + C(\rho)$.

Матрица N вида $A + B$ в обозначениях ?? сохраняет метрики и типы минимальных заполнений тогда и только тогда, когда A — скалярная матрица.

Список литературы

[1] Иванов А.О., Тужилин А.А. *Одномерная проблема Громова о минимальном заполнении.* Матем. сб., 2012, т. 203, N 5, с. 65-118.