

Геометрия особенностей операторных полей Нийенхейса.

Андреев Максим Александрович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и
приложений, Москва, Россия

E-mail: max@snw.ru

Рассмотрим тензор Нийенхейса, он определяется так:

$$N_R(v, w) = R[Rv, w] + R[v, Rw] - R^2[v, w] - [Rv, Rw],$$

где R - тензор типа $(1, 1)$, $[\cdot, \cdot]$ - стандартный коммутатор векторных полей, на гладком многообразии. Этот тензор хорошо известен, и встречается во многих работах по геометрии и механике. Операторные поля, при которых тензор Нийенхейса обращается в ноль, называются полями Нийенхейса.

Особые точки операторных полей - это точки, в которых матрица является диагональной и ее собственные значения совпадают. Показано, что в особых точках операторных полей касательное пространство имеет структуру, которая называется лево-симметрической алгеброй.

Предположим, что A - алгебра с операцией $*$. Определим ассоциатор таким образом: $= (x * y) * z - x * (y * z)$. Это трилинейное отображение $A \rightarrow A$. Алгебра является ассоциативной, если $= 0$ для любой тройки из A .

Алгебра - лево-симметрическая, если для любой тройки верно: $=$. В особых точках операторных полей возникают структуры, описанные выше. В работе изучена геометрия окрестностей особых точек.

Далее, А.Ю.Коняевым получена полная классификация вещественных лево-симметрических алгебр, размерности 2 [1]. Соответственно, для каждой такой алгебры, автором выяснено как выглядят окрестности особых точек. Построены операторные поля, приведены рисунки. Будут продемонстрированы наиболее интересные случаи.

Источники и литература

- 1) А.Ю.Коняев, Linearization of Nijenhuis tensor and left-symmetric algebras, в печати.
- 2) В.Круглик, Dozen definitions of the Nijenhuis tensor, в печати.
- 3) А.Т.Фоменко, А.Ю.Коняев. "New approach to symmetries and singularities in integrable Hamiltonian systems". - Topology and its Applications, 2012, vol.159, pp.1964-1975.
- 4) А.Т.Фоменко, А.Ю.Коняев. "Algebra and Geometry Through Hamiltonian Systems". - In: "Continuous and Distributed Systems. Theory and Applications". Series "Solid Mechanics and Its Applications". Vol.211, pp.3-21. Editors: V.Z.Zgurovsky, V.A.Sadovnichiy. Springer. 2014.