Секция «Вычислительная математика, математическое моделирование и численные методы»

Нахождение и идентификация устойчивых циклов одного класса динамических систем с импульсным воздействием

Ивановский Леонид Игоревич

Аспирант

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль, Россия

E-mail: leon19unknown@gmail.com

Рассмотрим цепочку связанных в кольцо, сингулярно возмущенных осцилляторов с запаздыванием (см. [1, 2]):

$$\dot{u}_j = d(u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1}) + \lambda[-1 + \alpha f(u_j(t-1)) - \beta g(u_j)]u_j, j = \overline{1, m}, \tag{1}$$

где $u_0 = u_m, u_1 = u_{m+1}, u_j = u_j(t) > 0$, параметры $m \geqslant 2, \lambda \gg 1, \beta > 0, \alpha > 1 + \beta$, а гладкие функции $f(u), g(u)$ удовлетворяют условиям $0 < \beta g(u) < \alpha, f(0) = g(0) = 1$ и $f(u), g(u), uf'(u), ug'(u) = O(1/u)$ при $u \to +\infty$. Данная математическая модель описывает механизм работы ассоциативной памяти компьютера. В статьях [1, 2] было выполнено сведение системы (1) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений без малого параметра, но с импульсными воздействиями. Рассмотрим данную задачу в случае трех сингулярно возмущенных осцилляторов ($m = 3$).

Изучается следующее отображение:

$$\Pi(z) : \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} y_1(T_0) \\ y_2(T_0) \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где функции $y_1(t)$ и $y_2(t)$ с начальными условиями $y_1(0) = z_1, y_2(0) = z_2$ связаны с исходными переменными приближенными равенствами $y_1 \approx \ln u_2 - \ln u_1, y_2 \approx \ln u_3 - \ln u_2$ и характеризуют фазовые сдвиги между компонентами системы (1). Величина $T_0 = \alpha + 1 + (\beta + 1)/(\alpha - \beta - 1)$ определяет главную часть периода устойчивого цикла одиночного осциллятора системы (1).

В статьях [1, 2] было доказано, что экспоненциально устойчивым неподвижным точкам отображения (2) соответствуют орбитально асимптотически устойчивые циклы системы (1).

На основании бифуркационного анализа для отображения (2) изучаются вопросы существования и устойчивости. Особое внимание уделяется числу сосуществующих устойчивых режимов.

Поскольку описать динамические свойства отображения (2) в полной мере с использованием одного лишь аналитического аппарата затруднительно, исследование осуществлялось с помощью специально разработанного приложения. Вычисление координат неподвижных точек осуществлялось параллельно, на независимых потоках центрального процессора. Для поиска неподвижных точек отображения (2) фиксируются α и β и меняется значение d. В статье [3] подробно разбираются 2 примера различных бифуркационных сценариев для определенных значений начальных параметров.

Источники и литература

1) Глызин С.Д., Колесов А.Ю., Розов Н.Х. Релаксационные автоколебания в нейронных системах. II // Дифференциальные уравнения. 2011. Т. 47, № 12. С. 1675 – 1692.
2) Глызин С.Д., Колесов А.Ю., Розов Н.Х. Релаксационные автоколебания в нейронных системах. III // Дифференциальные уравнения, 2012, т. 48, № 2, с. 155 – 170.
3) Ивановский Л.И. Динамические свойства одного класса импульсных систем // Вычислительные технологии в естественных науках. Методы суперкомпьютерного моделирования. Часть 3. Сборник трудов. 2015. С. 126 - 131.