

Секция «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»
О поперечниках в конечномерных пространствах

Агаев Газанфар Рауф

Студент (магистр)

Бакинский филиал Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова,
Факультет прикладной математики, Баку, Азербайджан
E-mail: qazanfara@its.az

При написании данной работы был использован материал о теории поперечников, в особенности были изучены спектральные и проекционные поперечники. В моей работе изучаются точные значения спектральных и проекционных поперечников конечномерных множеств V_k^m , B_p^m , $B_p^m(r)$ в пространстве l_q^m при $1 \leq p, q \leq \infty$, а также была найдена верхняя оценка спектрального поперечника бесконечномерного множества V_k^∞ .

При отыскании ортопроекционных поперечников функциональных классов оценка снизу сводится к оценке снизу ортопроекционных поперечников конечномерных множеств. Нахождение нижней оценки которых приводит к понятию спектрального поперечника.

Величина $\text{tr}_N(W, X)$ по структуре похожа на геометрические поперечники. Ее отличие состоит в том, что она не связана непосредственно с размерностью приближающего подпространства. Более того, N может принимать и нецелые значения. Смысл введения данной величины — дать оценку снизу для ряда геометрических поперечников.

Если $N \in \mathbb{N}$ — натуральное число, то проекторы и ортопроекторы на подпространство $L_N \subset X$ размерности N имеют след равный N , поэтому оценка снизу проекционных и ортопроекционных поперечников сводится к оценке снизу спектральных поперечников:

$$\text{tr}_N(W, X) \leq \pi_N(W, X) \leq d_N^+(W, X).$$

Таким образом, след оператора является еще одной характеристикой оператора приближения, знание которого позволяет нам сделать определенные выводы о приближающихся возможностях оператора, не зная даже о размерности приближающего подпространства.

В работе рассматриваются точные значения спектральных поперечников эллипсоидов $B_p^m(r)$ в пространстве l_q^m и множества V_k^m ($1 \leq k \leq m$), являющегося выпуклой оболочкой в \mathbb{R}^m точек, у которых k любых координат равны ± 1 , остальные — нули, а также проекционные поперечники некоторых конечномерных множеств. Множества V_k^m играют большую роль при оценке поперечников различных множеств.

В ходе работы были рассмотрены некоторые задачи, касающиеся приближения некоторых конечномерных множеств, с помощью таких поперечников как спектральный и проекционный. Сам по себе поперечник это характеристика с помощью которой можно определить, в нашем случае, как тот или иной оператор приближает различные множества. Спектральный поперечник очень часто применяется для получения нижних оценок проекционного, ортопроекционного, геометрических поперечников и других. Эта теория имеет широкое применение в вычислительной математике, при приближении некоторого множества сеткой. Данная работа и в целом вся теория поперечников имеет широкий спектр изучения и может еще очень много развиваться.

Источники и литература

- 1) Галеев Э. М. Теория Аппроксимации: Приближение классов периодических функций одной и нескольких переменных и конечномерных множеств [Электронный ресурс]

- 2) Галеев Э. М. Порядки ортопроеccionных поперечников классов периодических функций одной и нескольких переменных, 1988
- 3) Тихомиров В. М. Некоторые вопросы теории приближений, МГУ, М., 1976
- 4) Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа, ФИЗМАТЛИТ, 2006