

**ИЗУЧЕНИЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ПОИСКЕ
ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ДВУХВИДОВОЙ
СТАЦИОНАРНОЙ СИСТЕМЫ**

Савостьянов Антон Сергеевич

Студент

Факультет компьютерных наук, НИУ ВШЭ, Москва, Россия

E-mail: a.s.savostyanov@gmail.com

Настоящая работа посвящена изучению системы интегральных уравнений равновесия, возникающей в модели популяции стационарных биологических сообществ из работ Ульфа Дикмана (Ulf Dieckmann) и Ричарда Лоу (Richard Law) [1]. Данная модель характеризует положение сообщества при помощи средних ожидаемых плотностей каждого вида N_i и средних ожидаемых плотностей всех возможных видовых пар $\langle i, j \rangle$ на расстоянии ξ : $C_{ij}(\xi)$, используя аппроксимацию, описывающую среднюю ожидаемую плотность видовых троек $T_{ijk}(\xi, \xi')$:

$$T_{ijk}(\xi, \xi') = \frac{C_{ij}(\xi)C_{ik}(\xi')}{N_i} \quad (1)$$

Существование и поиск равновесия в рамках данной модели в случае одновидовой системы были изучено в работах [2]-[3]. В данной работе изучается положение равновесия двухвидовой модели при использовании аппроксимации (1), которое можно описать системой:

$$b_1 - d_1 = Y_{11}N_1 + Y_{12}N_2$$

$$b_2 - d_2 = Y_{21}N_1 + Y_{22}N_2$$

$$0 = m_1(\xi) + N_1 [m_1 * C_{11}] (\xi) - d_1 N_1 C_{11}(\xi) - w_{11}(\xi) N_1 C_{11}(\xi) - \\ - N_1^2 \int w_{11}(\xi') T_{111}(\xi, \xi') d\xi' - N_1 N_2 \int w_{12}(\xi') T_{112}(\xi, \xi') d\xi'$$

$$0 = m_2(\xi) + N_2 [m_2 * C_{22}] (\xi) - d_2 N_2 C_{22}(\xi) - w_{22}(\xi) N_2 C_{22}(\xi) - \\ - N_2 N_1 \int w_{21}(\xi') T_{221}(\xi, \xi') d\xi' - N_2^2 \int w_{22}(\xi') T_{222}(\xi, \xi') d\xi'$$

$$0 = [(m_1 + m_2) * C_{12}] (\xi) - (d_1 + d_2 + w_{12}(\xi) + w_{21}(\xi))C_{12}(\xi) - \\ - N_1 \int w_{11}(\xi')T_{121}(\xi, \xi')d\xi' - N_2 \int w_{12}(\xi')T_{122}(\xi, \xi')d\xi' - \\ - N_1 \int w_{21}(\xi')T_{211}(\xi, \xi')d\xi' - N_2 \int w_{22}(\xi')T_{212}(\xi, \xi')d\xi'$$

При помощи сведения к одновидовому случаю и использования результатов статьи [3] было показано отсутствие решений при предложенной аппроксимации независимо от параметров системы (в отличие от одновидовой системы, см. [2]).

Далее было решено использовать новую предложенную скорректированную аппроксимацию для внутривидовых парных плотностей (т.е. для $C_{ii}(\xi)$), сохраняя результаты, полученные для кроссвидовых парных плотностей ($C_{ij}(xi)$, т.е. $i \neq j$), для которой было найдено решение:

$$T_{ijk}(\xi, \xi') = \frac{1}{2} \left(\frac{C_{ij}(\xi)C_{ik}(\xi')}{N_i} + \frac{C_{ij}(\xi)C_{ik}(\xi' - \xi)}{N_i} + \right. \\ \left. + \frac{C_{ij}(\xi')C_{ik}(\xi' - \xi)}{N_i} - N_i N_j N_k \right),$$

В процессе работы были использованы численные методы: метод Нистрема для решения линейных интегральных уравнений и метод последовательных приближений (метод рядов Неймана).

Литература

1. Dieckmann U. Law R. (2000). Relaxation Projections and the Method of Moments. // The Geometry of Ecological Interactions: Simplifying Spatial Complexity, eds. Dieckmann U, Law R Metz JAJ, pp. 412–455. Cambridge University Press.
2. Бодров А. Г., Никитин А А. Качественный и численный анализ интегрального уравнения, возникающего в модели популяции стационарных сообществ // ДАН. 2014. Т. 455, 5. С.507–511.
3. Данченко В., Давыдов А., Никитин А. Об интегральном уравнении для стационарных распределений биологических сообществ // Проблемы динамического управления. Сборник научных трудов. Выпуск 3. 2009. С. 15-29.