

Секция «Математика и механика»

Диофантово уравнение Пифагора над о-кольцом Фибоначчи

Лаптев Александр Валерьевич

Аспирант

ВлГУ, ФМФ, Владимир, Россия

E-mail: oxoron30189@yandex.ru

Операцию кругового умножения  $A \circ B$  для натуральных чисел впервые ввели Матиясевиц (1968) и, независимо, Кнут (1988). В работе [1] приводится формула, расширяющая операцию на целые числа:  $A \circ B = AB + [(A + 1)\tau] \cdot [(B + 1)\tau]$ ,  $\tau = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ,  $[x]$  - целая часть  $x$ . Линейные диофантовы уравнения с операцией кругового умножения ранее изучались в [2,4]; в работе [1] исследован аналог уравнения Пелля.

В представленной работе рассматривается квадратичное диофантово уравнение

$$A^{\circledast} + B^{\circledast} = C^{\circledast} \quad (1)$$

в целых числах  $A, B, C$ , где  $X^{\circledast} = X \circ X$ .

Из [3] известно, что используя функцию  $\delta(x) = x - [(x + 1)\tau]\tilde{\tau}$ ,  $\tilde{\tau} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ , уравнение (1) можно свести к квадратичному уравнению над кольцом  $\mathbb{Z}[\tau]$ .

*Теорема.* Любой паре чисел  $U, V \in \mathbb{Z}[\tau]$  соответствует бесконечное количество решений  $A, B, C$  уравнения (1) вида

$$\delta(A) = (U^2 - V^2) \cdot k,$$

$$\delta(B) = (2UV) \cdot k,$$

$$\delta(C) = (U^2 + V^2) \cdot k,$$

где  $k$  - любое число из  $\mathbb{Z}[\tau]$ , при котором  $\delta(A), \delta(B), \delta(C) \in [-1; \tau]$ .

Литература

1. Журавлев В.Г. Уравнение Пелля над о-кольцом Фибоначчи // Зап. научн. семин. ПОМИ, 2008. Т.350. С. 139-159.
2. Кузнецова Д.В., Шутов А.В. Линейные диофантовы уравнения над о-кольцом Фибоначчи // Тезисы докладов X Международной конференции Алгебра и теория чисел: современные проблемы и приложения. 10-16 сентября 2012 г. Волгоград, 2005.
3. Лаптев А.В. Фибоначчевы тройки // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Выпуск 26, Математика Физика. 2012. №5(124). С. 240-244.
4. Швагирева И.К. Бинарная аддитивная задача  $F_n \circ N_1 + F_m \circ N_2 = D$  над о-прогрессиями Фибоначчи. // Алгебра и теория чисел: современные проблемы и приложения: тез. докл. VIII Международной конференции, посвященной 190-летию П.Л. Чебышева и 120-летию И.М. Виноградова (Саратов, 12-17 сентября 2011 г.), Издательство СГУ, 2011. С. 79-80.