

Секция «Математика и механика»

Отношения типа Штейнера метрических пространств.

Пахомова Анастасия Сергеевна

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: anpakhkov@gmail.com

Проблема Штейнера является одной из известных и содержательных задач теории экстремальных сетей. Изучению этой проблемы в классической постановке и различными обобщениям посвящено большое количество научных работ. С проблемой Штейнера оказывается тесно связана задача поиска минимального графа, затягивающего данное граничное множество метрического пространства. Минимальность графа можно понимать в различных смыслах. Чаще всего рассматриваются *минимальное остовное дерево*, *минимальное дерево Штейнера* и *минимальное заполнение* данного множества. *Отношения типа Штейнера*, а также их n -точечные аналоги, являются важными характеристиками метрического пространства, позволяющими определить, насколько хорошо аппроксимируют друг друга данные минимальные деревья. Точные определения понятий, а также исторический обзор представлен в [1] и [2].

Основным результатом данной работы является получение точных нижних оценок для отношений типа Штейнера. Оценки для отношения Штейнера были получены Д. Цисликом в [4], оценки для суботношения Штейнера и отношения Штейнера – Громова получены докладчиком и описаны в его работе [3].

Теорема. *Для произвольного метрического пространства X справедливы следующие оценки:*

$$R_n(X) \geq \frac{n}{2(n-1)};$$

$$R(X) \geq \frac{1}{2},$$

где $R(X)$ – отношение типа Штейнера, а $R_n(X)$ – n -точечное отношение типа Штейнера. Более того, эти оценки являются точными.

Данные оценки позволили докладчику получить ряд следствий, в частности, вычислить значение отношений для конкретных метрических пространств.

Литература

1. Иванов А.О., Тужилин А.А. Теория экстремальных сетей. Москва-Ижевск: Современная математика, ИКИ, 2003.
2. Иванов А.О., Тужилин А.А. Одномерная проблема Громова о минимальном заполнении // Матем. сб. 2012. 203:5. С. 65-118.
3. Пахомова А.С. Оценки для суботношения Штейнера и отношения Штейнера-Громова // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1, Математика. Механика. (в печати)

4. Cieslik D. The Steiner Ratio. Boston-London-Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001.

Слова благодарности

Докладчик выражает благодарность А.О. Иванову и А.А. Тужилицу, а также всем участникам семинара “Теория экстремальных сетей” за поддержку и проявленный интерес к работе.