Секция «Математика и механика»

Об одной коэффициентной обратной задаче для многомерного параболического уравнения специального вида

Моркин Анатолий Сергеевич

Студент

Сибирский федеральный университет , Институт математики и фундаментальной информатики, Красноярск, Россия

E-mail: nergul@mail.ru

Рассмотрим в полосе $G_{[0,T]} = \{(t,x,z)|\, 0 \leqslant t \leqslant T, x \in E_n, z \in E_1\}$ задачу Коши

$$u_t = \sum_{i=1}^{n} a_i(t,x_i)u_{x_ix_i} + b_1(t,x)\sum_{i=1}^{n} u_{x_i} + \lambda_1 u_{zz} + \lambda_2 u_z + \lambda_3 u + b_2(t,x)f(t,x,z) \qquad (1)$$

$$u(0,x,z) = u_0(x,z),\ x \in E_n, z \in E_1 \qquad (2)$$

с двумя неизвестными коэффициентами $b_1(t,x), b_2(t,x)$.

Здесь функции $f(t,x,z), u_0(x,z)$ заданы в $G_{[0,T]}$, $T > 0$, $T = const$, и E_{n+1} соответственно, коэффициенты $\lambda_j(t,x)$, $j = 1,2,3$, - непрерывные действительнозначные функции переменной t,x, причем $\lambda_1(t,x) > 0$. Коэффициенты $a_i(t,x_i), i = \overline{1,n}$, - непрерывные действительнозначные функции переменных t, x_i, причем $a_i(t,x_i) > 0$. E_n - n - мерное евклидово пространство, $n \in N$.

Предполагается, что выполняются условия переопределения на двух различных гиперповерхностях $z = \alpha_1(t)$ и $z = \alpha_2(t)$ $\quad (\alpha_1(t) \neq \alpha_2(t), \alpha_1(t),\ \alpha_2(t) \in C^1[0,T])$

$$u(t,x,\alpha_1(t)) = \varphi_1(t,x), \quad u(t,x,\alpha_2(t)) = \varphi_2(t,x),\ (t,x) \in \Pi_{[0,T],} \qquad (3)$$

где $\Pi_{[0,T]} = \{(t,x)|\ 0 \leqslant t \leqslant T,\ x \in E_n\}$, $\varphi_1(t,x)$, $\varphi_2(t,x)$ -заданные функции, удовлетворяющие условиям согласования

$$\varphi_1(0,x) = u_0(x,\alpha_1(0)), \quad \varphi_2(0,x) = u_0(x,\alpha_2(0)), \quad x \in E_n, \alpha_1(0) \neq \alpha_2(0).$$

Под решением задачи (1)-(3) в полосе $G_{[0,t^*]}, 0 < t^* \leqslant T$, понимается тройка функций $b_1(t,x), b_2(t,x), u(t,x,z)$, которые удовлетворяют соотношениям (1)-(3).

В работе, на основе условий переопределения, обратная задача (1)-(3) приводится к прямой вспомогательной задаче Коши для нагруженного параболического уравнения. Используя достаточную гладкость входных данных методом слабой аппроксимации [1] доказывается разрешимость вспомогательной прямой задачи в «малом». Доказывается теорема существования и единственности классического решения задачи (1)-(3) в классе гладких ограниченных функций.

Отметим, что задача идентификации функции источника в многомерном параболическом уравнении специального вида была исследована в работе [2].

Литература

1. Белов Ю. Я., Кантор С.А. Метод слабой аппроксимации. Красноярск; КГУ, 1999.

2. Belov Yu.Ya. On Estimates of Solutions of the Split Problems for some multi-Dimentional Partial Differetial equation // Journal of Siberian Federal University: Mathematics & Physics, 2009. Vol. 2, No. 3. P. 258-270.