

Секция «Математика и механика»

Индикатор неоднородности среды для задачи рентгеновской томографии
Балакина Екатерина Юрьевна

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, , Новосибирск, Россия
E-mail: issc2009@gmail.com

Рассматривается процесс переноса частиц в неоднородной среде G , который описывается дифференциальным уравнением.

Введём подмножество G_0 области $G : G_0 = \bigcup_{i=1}^p G_i, p < \infty, G_i \cap G_j = \emptyset$ при $i \neq j; \overline{G_0} = \overline{G}$. Область G_i можно интерпретировать как часть неоднородной среды G , заполненную i -ым веществом.

Рассмотрим следующую обратную задачу, соответствующую многократному зондированию среды G .

Задача. Найти поверхность ∂G_0 из уравнений
 $\omega \cdot \nabla_r f_q(r, \omega, E) + \mu(r, E) f_q(r, \omega, E) = J(r, \omega, E),$
и краевых условий

$$f_q(\xi, \omega, E) = h_q(\xi, \omega, E), (\xi, \omega, E) \in \Gamma^- \times \Omega \times I, \int_{E_1}^{E_2} f_q(\eta, \omega, E) dE = H_q(\eta, \omega), (\eta, \omega) \in \Gamma^+ \times \Omega,$$

где известными являются поверхность ∂G и функции $H_q(\eta, \omega), q = 1, \dots, K$.

Здесь $r \in G \subset \mathbb{R}^3; G$ — выпуклая ограниченная область; $\omega \in \Omega = \{\omega \in \mathbb{R}^3 : |\omega| = 1\}; E \in I = [E_{min}, E_{max}]; \Gamma^-$ и Γ^+ некоторые подмножества поверхности $\partial G; f(r, \omega, E)$ — плотность потока частиц в точке r с энергией E , летящих в направлении ω ; функции μ и J характеризуют среду G , в которой протекает процесс; $h(\xi, \omega, E)$ — плотность падающего (входящего) потока; $H(\eta, \omega)$ — средняя по энергии плотность выходящего потока частиц. Искомым объектом являются поверхности разрывов коэффициентов уравнения, что соответствует поиску границ между различными веществами, входящими в состав зондируемой среды.

Для решения задачи (используя ограничения, близкие к [2], и результат работы [1]) строится функция, которая может быть неограниченной только вблизи искомой поверхности. Доказывается теорема единственности решения при довольно общих предположениях и при условии, гарантирующем существование искомого поверхностей. Доказательство имеет отчетливо конструктивный характер и пригодно для построения численного алгоритма.

Работа выполнена при поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 гг. (соглашение № 14.В37.21.0355).

Литература

1. Аниконов Д.С., Балакина Е.Ю. Полихроматический индикатор неоднородности неизвестной среды для задачи рентгеновской томографии // Сибирский математический журнал, 2012. Т. 53, № 4. С. 200–221.
2. Аниконов Д.С., Ковтанюк А.Е., Прохоров Н.В. Использование уравнения переноса в томографии. М.: Логос, 2000.