Секция «Математика и механика»

Исследование разрешимости краевых задач для многомерных псевдогиперболических уравнений с нелокальным граничным условием интегрального вида

Попов Николай Сергеевич

Аспирант

Северо-Восточный федеральный университет , Институт математики и информатики, Якутск, Россия

E-mail: madu@sitc.ru

def bbbrmathbb R Пусть $Omega$ — ограниченная область пространства $bbbr^n$ с гладкой границей $Gamma$, $Q = Omegatimes(0, T)$, $S = Gammatimes(0, T)$ — боковая граница Q, $b^{ij}(x, t)$, $b(x, t)$ и $f(x, t)$ — заданные в цилиндре $overlineQ$ функции, $u_0(x), u_1(x)$ — заданные на множестве $overlineOmega$ функции, $K(x, y, t)$ — функция, заданная при $x, yinoverlineOmega$, $tin[0, T]$. indent bf Краевая задача I: найти функцию $u(x, t)$ являющуюся в цилиндре Q решением уравнения

$$fracpartialpartialtbigg(u_t{-}Deltaubigg){-}Bu = f(x,t), quadBuequivsumlimits_{i,j=1}^{n}, fracpartialpar$$

и такую, что для нее выполняются условия

$$labela2u(x,0) = u_0(x), quadu_t(x,0) = u_1(x), xinOmega, eqno(2)$$

$$u(x,t)|_{(x,t)inS} = intlimits_{Omega}K(x,y,t)u(y,t)dy|_{(x,t)inS}.eqno(3)$$

indent bf Краевая задача II: найти функцию $u(x, t)$, являющуюся в цилиндре Q решением уравнения (1) и такую, что для нее выполняются начальные условия (2) и условие

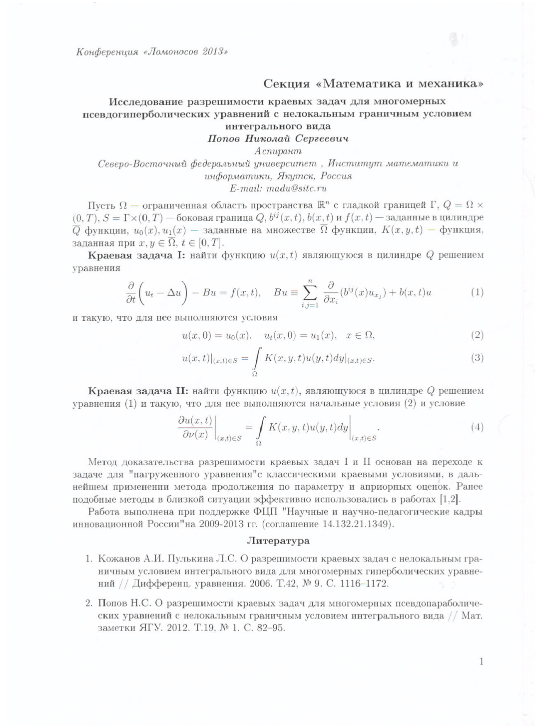
$$fracpartialu(x,t)partialnu(x)bigg|_{(x,t)inS} = intlimits_{Omega}K(x,y,t)u(y,t)dybigg|_{(x,t)inS}.eqno(4)$$

indent Метод доказательства разрешимости краевых задач I и II основан на переходе к задаче для "нагруженного уравнения"с классическими краевыми условиями, в дальнейшем применении метода продолжения по параметру и априорных оценок. Ранее подобные методы в близкой ситуации эффективно использовались в работах [1,2]. indent Работа выполнена при поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России"на 2009-2013 гг. (соглашение 14.132.21.1349).

Литература

1. Кожанов А.И. Пулькина Л.С. О разрешимости краевых задач с нелокальным граничным условием интегрального вида для многомерных гиперболических уравнений // Дифференц. уравнения. 2006. Т.42, No 9. С. 1116–1172.
2. Попов Н.С. О разрешимости краевых задач для многомерных псевдопараболических уравнений с нелокальным граничным условием интегрального вида // Мат. заметки ЯГУ. 2012. Т.19, No 1. С. 82–95.

Иллюстрации



Конференция «Ломоносов 2013»

Секция «Математика и механика»

Исследование разрешимости краевых задач для многомерных псевдогиперболических уравнений с нелокальным граничным условием интегрального вида

Попов Николай Сергеевич
Аспирант
Северо-Восточный федеральный университет , Институт математики и информатики, Якутск, Россия
E-mail: madu@sitc.ru

Пусть Ω — ограниченная область пространства $\mathbb{R}^n$ с гладкой границей Γ, $Q = \Omega \times (0,T)$, $S = \Gamma \times (0,T)$ — боковая граница Q, $b^{ij}(x,t)$, $b(x,t)$ и $f(x,t)$ — заданные в цилиндре $\overline{Q}$ функции, $u_0(x), u_1(x)$ — заданные на множестве $\overline{\Omega}$ функции, $K(x,y,t)$ — функция, заданная при $x, y \in \overline{\Omega}$, $t \in [0,T]$.

Краевая задача I: найти функцию $u(x,t)$ являющуюся в цилиндре Q решением уравнения

$$\frac{\partial}{\partial t}\Big(u_t - \Delta u\Big) - Bu = f(x,t), \quad Bu \equiv \sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}(b^{ij}(x)u_{x_j}) + b(x,t)u \tag{1}$$

и такую, что для нее выполняются условия

$$u(x,0) = u_0(x), \quad u_t(x,0) = u_1(x), \quad x \in \Omega, \tag{2}$$

$$u(x,t)|_{(x,t)\in S} = \int\limits_{\Omega} K(x,y,t)u(y,t)dy|_{(x,t)\in S}. \tag{3}$$

Краевая задача II: найти функцию $u(x,t)$, являющуюся в цилиндре Q решением уравнения (1) и такую, что для нее выполняются начальные условия (2) и условие

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial \nu(x)}\Big|_{(x,t)\in S} = \int\limits_{\Omega} K(x,y,t)u(y,t)dy\Big|_{(x,t)\in S}. \tag{4}$$

Метод доказательства разрешимости краевых задач I и II основан на переходе к задаче для "нагруженного уравнения"с классическими краевыми условиями, в дальнейшем применении метода продолжения по параметру и априорных оценок. Ранее подобные методы в близкой ситуации эффективно использовались в работах [1,2].

Работа выполнена при поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России"на 2009-2013 гг. (соглашение 14.132.21.1349).

Литература

1. Кожанов А.И. Пулькина Л.С. О разрешимости краевых задач с нелокальным граничным условием интегрального вида для многомерных гиперболических уравнений // Дифференц. уравнения. 2006. Т.42, № 9. С. 1116–1172.

2. Попов Н.С. О разрешимости краевых задач для многомерных псевдопараболических уравнений с нелокальным граничным условием интегрального вида // Мат. заметки ЯГУ. 2012. Т.19, № 1. С. 82–95.

Рис. 1: PopovNS