

Секция «Математика и механика»

Пример топологически транзитивного, но не топологически эргодического
гладкого косо го произведения отображений интервала

Фильченков Андрей Сергеевич

Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского,
Механико-математический факультет, Нижний Новгород, Россия
E-mail: a_s_filchenkov@mail.ru

Рассмотрим динамическую систему с фазовым пространством $I = [a_1, b_1] \times [a_2, b_2]$, где $[a_i, b_i]$ — отрезок прямой, $i = 1, 2$, вида

$$F(x, y) = (f(x), g_x(y)) : I \rightarrow I, \text{ где } g_x(y) = g(x, y),$$

Обозначим через $T^3(I)$ пространство C^3 -гладких отображений указанного вида с фазовым пространством I , наделённым C^3 -нормой. В $T^3(I)$ выделим подмножество отображений, удовлетворяющих следующим условиям:

(C.1) шварцман семейства отображений в слоях, определенный в силу равенства

$$S(g_x(y)) = \frac{\frac{\partial^3}{\partial y^3} g_x(y)}{\frac{\partial}{\partial y} g_x(y)} - \frac{3}{2} \left(\frac{\frac{\partial^2}{\partial y^2} g_x(y)}{\frac{\partial}{\partial y} g_x(y)} \right)^2,$$

отрицателен при всех $(x, y) \in I$ таких, что $\frac{\partial}{\partial y} g_x(y) \neq 0$;

(C.2) отображение $g_x : [a_2, b_2] \rightarrow [a_2, b_2]$ при любом $x \in [a_1, b_1]$ имеет не более одной критической точки в интервале (a_2, b_2) , причём эта точка невырожденная;

(C.3) $a_2 \leq g_x(a_2) \leq b_2$ и $g_x(b_2) = a_2$ при всех $x \in [a_1, b_1]$.

Критерий топологической транзитивности для отображений удовлетворяющих условиям (C.1) – (C.3) при выполнении равенства $g_x(a_2) = a_2$ получен в [1].

В данной работе построен пример отображения $F : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]^2$ из выделенного класса, которое является топологически транзитивным, но не является топологически эргодическим: нечётные итерации F топологически транзитивны, чётные итерации не являются топологически транзитивными на $[0, 1]^2$.

Получены достаточные условия, при выполнении которых отображения рассматриваемого класса являются топологически транзитивными, но не топологически эргодическими.

Работа выполнена при финансовой поддержке федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (2009-2013 гг), министерства образования и науки РФ (НИР Н-248-21).

Литература

1. Ефремова Л. С., Фильченков А. С. Топологическая транзитивность косых произведений в плоскости с отрицательным шварцманом семейства отображений в слоях. - Труды МФТИ. - 2012. - Том 4, № 4 - С. 82-93.
2. Фильченков А. С. Пример топологически транзитивного, но не топологически эргодического гладкого косо го произведения в плоскости. - Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. - 2012. - №4 (1) – С. 193-201.