Секция «Математика и механика»

Дробные классы Соболева на бесконечномерных пространствах

Никитин Егор Владимирович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: yegor.nikitin@gmail.com

В этой работе изучаются дробные классы Соболева, в том числе аналоги пространств Бесова, на бесконечномерных пространствах с гауссовскими мерами. В конечномерном случае пространства Бесова хорошо исследованы и позволяют описывать сужения функций Соболева на подпространства меньшей размерности (см. [1]). Для определения пространств Бесова используется, как и в работах [3] и [7], вещественный интерполяционный метод, который для данных нормированных пространств X_0 и X_1 позволяет построить двупараметрическую шкалу пространств X, таких что $X_0 \cap X_1 \subset X \subset X_0 + X_1$ (см. [2, 4]). С помощью этого метода для бесконечномерного пространства с гауссовской мерой γ (см. подробнее в [5]) строятся пространства Бесова $B^{s;p,q}(\gamma)$, как интерполяционные для пары пространств $L^p(\gamma)$ и пространства Соболева с индексом дифференцируемости равным наименьшему целому числу, большему s. Доказывается, что как и в конечномерном случае, определенные нами пространства Бесова $B^{s;p,q}(\gamma)$ вкладываются также в пространства Соболева с индексами дифференцируемости меньше s. Устанавливается, что пространство $B^{s;p,q}(\gamma)$ является интерполяционным в смысле вещественного интерполяционного метода пространством для объемлющего его и вложенного в него пространств Соболева. Кроме того, пространства Соболева $H^{p,r}(\gamma)$ над бесконечномерным пространством определены и для дробных значений индекса r, что позволяет вывести теорему, согласно которой, для любого $p > 1$ пространство Бесова $B^{s;p,q}(\gamma)$ вложено в пространство Соболева $H^{p,t}(\gamma)$ с любым $t > s$. Для $p = 2$ оказывается верным и обратное вложение, так как пространство $B^{s;2,q}(\gamma)$ является промежуточным, в смысле вещественного интерполяционного метода, для пространств Соболева со сколь угодно близкими к s индексами дифференцируемости. В работе [6] дается иное определение классов Бесова на конечномерных пространствах с гауссовскими мерами, которое можно без изменений перенести на бесконечномерные пространства с гауссовскими мерами. Показано, что интерполяционные классы Бесова для некоторой серии параметров совпадают с пространствами, определяемыми методом работы [6] Работа поддержана проектами РФФИ 10-01-00518, 11-01-90421-Укр-ф-а.

Литература

1. Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М. Интегральные представления функций и теоремы вложения. Наука, М., 1975.

2. Трибель Х. Теория интерполяции, функциональные пространства, дифференциальные операторы. Мир, М., 1980.

3. Эро Э., Богачев В. И., Леско П. Конечномерные сечения функций из дробных классов Соболева на бесконечномерных пространствах // Докл. РАН. 2003. Т. 391, N 3. С. 320–323.

4. Adams R.A., Fournier J.J.F. Sobolev spaces. 2nd ed. Academic Press, New York, 2003.
5. Bogachev V.I. Gaussian measures. Amer. Math. Soc., Providence, Rhode Island, 1998.
6. Pineda E., Urbino W. Some results on Gaussian Besov–Lipschitz spaces and Gaussian Triebel–Lizorkin spaces // J. Approximation Theory. 2009. V. 161. P. 529–564.
7. Watanabe S. Probab. Theory Relat. Fields. 1993. V. 95. P. 175–198.