

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

О решении двухуровневой задачи стохастического программирования с квантильным критерием и дискретным случайным параметром

Иванов Сергей Валерьевич

Аспирант

Московский авиационный институт, Факультет прикладной математики и физики, Москва, Россия

E-mail: sergeyivanov89@mail.ru

Задачи двухуровневой оптимизации [1] являются предметом интенсивного изучения в математическом программировании. Они отражают иерархическую систему принятия решений. Предполагается участие двух субъектов, принимающих решения: лидера и последователя. Последователь принимает решение, зная выбранную стратегию лидера. Лидер учитывает оптимальную стратегию последователя при выборе собственной оптимальной стратегии. Предлагается постановка двухуровневой задачи стохастического линейного программирования с квантильным критерием:

$$\min\{\varphi \mid \mathbf{P}\{c_1^T u + \Phi(u, X) \leq \varphi\} \geq \alpha\} \rightarrow \min_{u \in U}, \quad (1)$$

где u — стратегия лидера, $U \subset \mathbb{R}^n$ — многогранное множество допустимых стратегий лидера, $c_1 \in \mathbb{R}^n$ — вектор коэффициентов целевой функции задачи лидера, X — дискретный случайный вектор с конечным числом реализаций $x^\nu \in \mathbb{R}^m$, $\nu = \overline{1, N}$. Целевая функция (1) является функцией квантили [2], то есть уровнем потерь лидера, превышение которого гарантируется с заданным уровнем доверительной вероятности α . Функция $\Phi(u, x)$ представляет собой потери лидера, связанные со стратегией последователя y и реализацией x случайного вектора X :

$$\Phi(u, x) \triangleq \begin{cases} \min_{y^* \in Y^*(u, x)} f^T y^*, & \text{если } Y^*(u, x) \neq \emptyset, \\ +\infty, & \text{если } Y^*(u, x) = \emptyset, \end{cases} \quad (2)$$

где $Y^*(u, x) \triangleq \text{Arg} \min_{y \in \mathbb{R}^k} \{c_2^T y \mid A_2 u + B_2 y \geq x, y \geq 0\}$ — множество оптимальных стратегий последователя, y — стратегия последователя, c_2 — вектор коэффициентов целевой функции задачи последователя, A_2, B_2 — матрицы соответствующих размерностей, f — вектор, характеризующий потери лидера. Исследуются свойства задачи. Приводятся условия непрерывности целевой функции (1). Доказывается теорема о существовании решения задачи. Доказывается, что задача (1) с помощью необходимых и достаточных условий оптимальности решения задачи линейного программирования может быть сведена к нелинейной двухэтапной задаче стохастического программирования с квантильным критерием, линейный случай которой рассмотрен в [3]. В дальнейшем эквивалентная двухэтапная задача при помощи модификации метода, предложенного в [4], сводится к смешанной задаче линейного программирования с вещественными и бинарными переменными.

Литература

1. Dempe S. Foundations of Bilevel Programming. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2002.
2. Кибзун А.И., Кан Ю.С. Задачи стохастического программирования с вероятностными критериями. М., ФИЗМАТЛИТ, 2009.
3. Кибзун А.И., Наумов А.В. Двухэтапные задачи квантильного линейного программирования // Автоматика и телемеханика. 1995. No 1. С. 83-93.
4. Кибзун А.И., Норкин В.И., Наумов А.В. Сведение задач двухэтапной вероятностной оптимизации с дискретным распределением случайных данных // Стохастическое программирование и его приложения / П.С. Кнопов, В.И. Зоркальцев, Я.М.Иваньо и др. Иркутск, Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, 2012, С. 76–104.