

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Об особых режимах в простейшей задаче о движении материальной точки с нелинейным сопротивлением и ограниченным расходом топлива

Самыловский Иван Александрович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

E-mail: samarada.sam@gmail.com

Рассматривается следующая задача оптимального управления:

$$\begin{cases} \dot{s} = x, & s(0) = 0, & s(T) \rightarrow \max, \\ \dot{x} = u - \varphi(x), & x(0) = 0, & x(t) \text{ is free,} \\ \dot{m} = -u, & m(0) = m_0, & m(T) \geq m_T, \\ u \in [0, 1]. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $s(t), x(t)$ – одномерные координата и скорость тела, $m(t)$ – полная масса (тело+топливо), $\varphi(x)$ – дважды гладкая функция "трения" (сопротивления среды). Предполагается, что $\varphi(0) = 0$, $\varphi'(0) \geq 0$ и $\varphi''(x) > 0$ для всех $x > 0$, т.е. движение осуществляется в горизонтальном направлении. Несмотря на простоту динамики системы, оптимальные траектории для рассматриваемой задачи сохраняют особенность классической задачи Годдарда – наличие участков особого управления. Вместе с тем, в отличие от классической задачи, в которой уже для анализа принципа максимума необходимо применять численные методы, в нашем случае исследование можно провести аналитически и сформулировать необходимые и достаточные условия наличия особых участков. В случае наличия особого участка его границы определяются путем сведения исходной задачи к краевой задаче для системы дифференциальных уравнений, для решения которой предложен метод, основанный на структуре оптимальной траектории.

Литература

1. J.F. Bonnans, P. Martinon, E. Trelat, Singular arcs in the generalized Goddard's Problem, J. Optimization Theory and Applications, vol. 139, No. 2, 2008, pp. 439–461.
2. P. Martinon, F. Bonnans, J. Laurent-Varin, E. Trelat, Numerical study of optimal trajectories with singular arcs for an Ariane 5 launcher, J. Guidance, Control, and Dynamics, vol. 32, No. 1, 2009, pp. 51-55.
3. C.Ponssard, K.Graichen, N.Petit, J.Laurent-Varin, Ascent optimization for a heavy space launcher, Proceedings of the European Control Conference 2009, Budapest, Hungary, August 23–26, 2009, pp. 3033–3038.