

Секция «Математика и механика»

Рекурсивная вычислительная схема решения уравнения переноса примесей  
в турбулентной атмосфере

Ярцева Елена Павловна

Аспирант

Ставропольский государственный университет, физико-математический

факультет, Ставрополь, Россия

E-mail: yartseva\_elena@mail.ru

Помимо известных двух итерационных схем решения уравнения переноса субстанции в турбулентной среде [1, 2] могут быть построены и другие формы интегральных уравнений и соответствующие им преобразования интегральной модели. Предлагаемый метод носит сугубо качественный характер и его основное назначение состоит в разработке методик качественной оценки значений параметров в задачах математического моделирования явления переноса в турбулентных средах.

Уравнение переноса субстанции  $q$  в пограничном слое атмосферы основано на полуэмпирическом уравнении турбулентной диффузии и имеет вид [1]:

$$\frac{\partial \hat{q}(\hat{x}, \hat{t})}{\partial \hat{t}} + \alpha \cdot \hat{q}(\hat{x}, \hat{t}) + \beta \cdot \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left( \hat{V}(\hat{x}, \hat{t}) \cdot \hat{q}(\hat{x}, \hat{t}) \right) - \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left( \hat{K}(\hat{x}, \hat{t}) \cdot \frac{\partial \hat{q}(\hat{x}, \hat{t})}{\partial \hat{x}} \right) = \xi \cdot \hat{S}(\hat{x}, \hat{t}). \quad (1)$$

Запишем его следующим образом:

$$\dot{q} + \alpha q + \beta V' q - \theta K' q' - \theta K'' q'' = \xi S. \quad (2)$$

В результате последующих преобразований выражения (2) приходим к следующей параметризованной модели

$$q'' + \frac{\theta K' - \beta V'}{\theta K} q' - \frac{\alpha + \beta V'}{\theta K} q = \frac{\dot{q} - \xi S}{\theta K}. \quad (3)$$

Для дальнейшего анализа удобно ввести следующие обозначения:  $p_1(\hat{x}, \hat{t}) = \frac{\theta K' - \beta V'}{\theta K}$ ,  $p_2(\hat{x}, \hat{t}) = -\frac{\alpha + \beta V'}{\theta K}$ ,  $f(\hat{x}, \hat{t}) = \frac{\dot{q} - \xi S}{\theta K}$ , в соответствии с которыми уравнение (3) примет вид:

$$\hat{q}'' + p_1 \hat{q}' + p_2 \hat{q} = f(\hat{x}|\hat{t}). \quad (4)$$

Уравнение (4) имеет известное аналитическое решение и рассматривается как дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Для этого принимаются следующие условия  $\hat{V}(\hat{x}|\hat{t}) = 1$ ,  $\hat{K}(\hat{x}|\hat{t}) = 1$ , при этом  $p_1 = -\frac{\beta}{\theta}$ ,  $p_2 = -\frac{\alpha}{\theta}$ . В работе выполнено построение алгоритма решения уравнения переноса с использованием рекурсивной вычислительной схемы. Для проведения вычислительного эксперимента, кроме алгоритма разработано программное обеспечение (в системе Maple). Получено, что увеличение размерности расчетной сетки приводит к росту погрешности, что хорошо объясняется накоплением вычислительных погрешностей, которые несут в себе исходные данные. Так, для размерности  $(m \times n) = (15 \times 20)$  погрешность решения составила  $\sigma = 0.082$ . Результаты вычислительного эксперимента показывают, что если погрешность в исходных данных составляет до 8%, то алгоритм сохраняет свойство устойчивости при соответствующем выборе исходных данных.

### **Литература**

1. Наац В.И., Наац И.Э. Математические модели и численные методы в задачах экологического мониторинга атмосферы. М., 2010.
2. Ярцева Е.П., Наац В.И. Итерационный метод численного решения уравнения переноса примесей в атмосфере // Материалы VI Всероссийской открытой научно - практической конференции "Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий". 22 - 27 мая 2010 г. Сочи, 2010.