Секция «Математика и механика»

О некоторых свойствах когерентных мер риска, основанных на минимумах.

Сверчков Руслан Андреевич

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: sverchkov.r@gmail.com

В 1997 году Artzner, Delbaen, Eber и Heath [1],[2] ввели понятие когерентных мер риска, как новый метод измерения риска. С тех пор эта область финансовой математики быстро развивается. В данной работе рассматривается одна когерентная мера риска $MINV@R_N$, рассмотренная в [3],[4],[5]. Она имеет простое представление

$$\rho(X) = -E\min\{X_1, ..., X_N\},$$

где N - натуральное число, а $X_1, ..., X_N$ - независимые копии случайной величины X. В работе установлена линейная зависимость $MINV@R_N(X)$ при нечетных $N = 2l + 1$ от $MINV@R_N(X)$ при четных $N = 2k$, где $k \le l$ и X - симметрично распределенная случайная величина. Если ввести обозначение $M_N = \frac{MINV@R_N}{N}$, то имеет место формула

$$M_{2l+1} = \frac{1}{2}C_{2l}^1 M_{2l} + \frac{1}{2}(C_{2l}^3 - \frac{1}{2}C_{2l}^1 C_{2l-1}^2)M_{2l-2} +$$

$$+\frac{1}{2}(C_{2l}^5 - \frac{1}{2}C_{2l}^1 C_{2l-1}^4 - \frac{1}{2}(C_{2l}^3 - \frac{1}{2}C_{2l}^1 C_{2l-1}^2)C_{2l-2}^2)M_{2l-4} + ...$$

Также решена задача о диверсификации портфеля из двух акций, а именно найден минимум $MINV@R_N(\xi)$ по w_1 при $N = 2, 4$, где $\xi = w_1\xi_1 + w_2\xi_2$, ξ_1 и ξ_2 независимые случайные величины с распределением Лапласа, а w_1 и w_2 такие, что $w_1, w_2 > 0$ и $w_1 + w_2 = 1$.

Получено одно предельное соотношение - $\lambda MINV@R_N(\xi) \to MINV@R_N(\eta)$ при $\lambda \to +\infty$, где ξ имеет симметризованное распределение Парето с показателем степени λ, а η имеет распределение Лапласа с параметром 1.

Литература

1. P. Artzner, F. Delbaen, J.-M. Eber, D. Heath. Thinking coherently. Risk, 10 (1997), No. 11, p. 68-71.

2. P. Artzner, F. Delbaen, J.-M. Eber, D. Heath. Coherent measures of risk. Mathematical Finance, 9 (1999), No. 3, p. 203-228.

3. A.S. Cherny. Weighted V@R and its properties. Finance and Stochastics, 10 (2006), p. 367-393.

4. A.S. Cherny, D.V. Orlov. On two approaches to coherent risk contribution. Mathematical Finance (2010).

5. Д. В. Орлов. О двух оценках одной меры риска. Теория вероятностей и её применения, 53 (2008), No. 1, p. 168-172.

Слова благодарности

Выражаю благодарность своему научному руководителю, Лебедеву Алексею Викторовичу, за помощь в научной работе.