Секция «Математика и механика»

Пространства модулей модельных поверхностей CR-размерности один.

Мамай Игорь Борисович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: mibig@rambler.ru

Вполне невырожденному ростку вещественного подмногообразия фиксированного CR-типа (n, K) комплексного пространства может быть поставлена в соответствие его касательная полиномиальная модель [1]. Это соответствие голоморфно инвариантно. Причем голоморфной эквивалентности ростков соответствует линейная эквивалентность их модельных поверхностей. В работе [2] строится пространство модулей $\mathcal{M}(n, K)$ совокупности полиномиальных моделей, т.е. пространство, параметризующее голоморфно неэквивалентные полиномиальные модели.

В работе [3] мною были построены модельные поверхности типов $(1, 8), \ldots, (1, 12)$. В результате настоящего исследования удалось изучить пространства модулей $\mathcal{M}(1, K)$ при $8 \leq K \leq 12$.

Для того чтобы получить пространство модулей $\mathcal{M}(1, K)$ нужно построить фактор-пространство $\mathbb{R}^{k \times k_\ell}/(GL(k, \mathbb{R}) \oplus SL(1, \mathbb{C}))$ (см. [2]). В работе доказывается, что фактор-пространство $\mathbb{R}^{k \times k_\ell}/(GL(k, \mathbb{R}))$ задается в плюккеровых координатах соотношениями:

$$\sum_{t=1}^{k+1} (-1)^t p_{i_1 i_2 \ldots i_{k-1} j_t} p_{j_1 j_2 \ldots \widehat{j_t} \ldots j_{k+1}} = 0, \ \forall i_1, \ldots, i_{k-1}, j_1, \ldots, j_{k+1} \in \{1, 2, \ldots, k_\ell\},$$

а следовательно является вещественным многообразием Грассмана $Gr(k, k_\ell)$. Фактор пространства $Gr(k, k_\ell)$ по действию линейной группы $SL(1, \mathbb{C}))$ является искомым пространством модулей $\mathcal{M}(1, K)$.

Теорема. Пространство модулей $\mathcal{M}(1, K)$ при $8 \leq K \leq 12$ является алгебраической поверхностью вещественной коразмерности один в вещественном многообразии Грассмана $Gr(k, k_\ell)$.

Литература

1. Белошапка В. К. Вещественные подмногообразия комплексного пространства: их полиномиальные модели, автоморфизмы и проблемы классификации // Успехи математических наук. 2002. т.57, вып.1(343) С.3-44.

2. Beloshapka V. K. Moduli Space of Model Real Submanifolds // Russian J. Math. Phys. 2006. V. 13. №3 P. 245–252.

3. Mamai I. B. Model CR-Manifolds with One-Dimensional Complex Tangent // Russian J. Math. Phys. 2009. V. 16. №1 P. 21-30.

Слова благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта НШ-3476.2010.1