Секция «Математика и механика»

k-вполне транзитивные абелевы группы без кручения

Рогозинский Михаил Иванович

Аспирант

Томский государственный университет, Механико-математический факультет, Томск, Россия

E-mail: rogozinsky_mikhail@mail.ru

Одним из ключевых понятий теории абелевых групп является понятие вполне транзитивности. Впервые это понятие было рассмотрено Капланским в [5] для p–групп. Вполне транзитивные группы без кручения появляются в работах С.Я. Гриншпона ([1]), П.А. Крылова ([2]). Многие важные подклассы вполне транзитивных групп изучались в работах Р. Бэра, Ю.Л. Ершова, Л.Я. Куликова, А.П. Мишиной, Л. Фукса и других алгебраистов.

В [4] Кэрролл вводит понятие k–вполне транзитивной p–группы, тем самым обобщая понятие вполне транзитивности. В настоящей работе построено обобщение понятия вполне транзитивности для групп без кручения, которое выглядит следующим образом:

Определение. Пусть G — группа без кручения и $k \in \mathbb{N}$. Назовем группу G k–*вполне транзитивной*, если для любых двух кортежей длины k элементов группы G $X = (x_1, x_2, ..., x_k)$; $Y = (y_1, y_2, ..., y_k)$ из выполнения условий:

(1) $\chi(x_i) \leq \chi(y_i)$ для всех $i = \overline{1, k}$ ($\chi(x_i), \chi(y_i)$— характеристики элементов x_i, y_i);

(2) типы $t(x_i)$ и $t(x_j)$ несравнимы при $i \neq j$;
следует существование эндоморфизма θ группы G со свойством $\theta(x_i) = y_i$, $i = \overline{1, k}$.

Получены следующие результаты.

Теорема 1. Всякое прямое слагаемое k–вполне транзитивной группы само является k–вполне транзитивной группой для любого $k \geq 2$.

Теорема 2. Вполне разложимые группы ранга 2 являются k–вполне транзитивными для всех $k \geq 2$.

Теорема 3. Пусть $G = \bigoplus\limits_{i=1}^{n} A_i$ — вполне разложимая группа ранга $n \geq 3$ с попарно несравнимыми типами прямых слагаемых A_i ранга 1. Группа G является k–вполне транзитивной для любого $k \geq 2$ в том, и только том случае, когда для любых индексов i, j, l ($i, j, l = \overline{1, n}$) $t(A_i) \bigcap t(A_j)$ сравнимо с $t(A_i) \bigcap t(A_l)$.

Теорема 4. Пусть $k \in \mathbb{N}$, G — k–вполне транзитивная группа и H — сбалансированная вполне характеристическая подгруппа группы G. Тогда факторгруппа G/H является k–вполне транзитивной.

Литература

1. Гриншпон С. Я. О строении вполне характеристических подгрупп абелевых групп без кручения // Абелевы группы и модули. – Томск, 1982. – С. 56–92.

2. Крылов П. А. Об абелевых группах без кручения // Абелевы группы и модули. – Томск, 1984. – С. 40–64.

3. Рогозинский М. И. k-вполне транзитивность абелевых групп без кручения // Наука и образование : 13 Всерос. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. – Томск, 2009. – С. 14–17.

4. Carroll D. Multiple transitivity in abelian groups // Arch. Math. – 1994. – Vol. 63. – P. 9–16.

5. Kaplansky I. Infinite Abelian Groups. – Ann Arbor: Univ. of Michigan Press, 1954. – 287 с.