Секция «Математика и механика»

Модуль непрерывности, соответствующий производной Рисса

Артамонов Сергей Юрьевич

Аспирант

ТНУ- Таврический Национальный Университет им. В.И. Вернадского, математики и информатики, Севастополь, Украина

E-mail: sergei.artamonov@gmail.com

Модулем гладкости k-го порядка называется величина [1]

$$\omega_k(f,\delta)_p = \sup_{0\le h\le\delta}\left\|\sum_{\nu=0}^{k}(-1)^{k-\nu}C_k^\nu f(x+\nu h)\right\|_p, \; f\in L_p \;\; \delta\ge 0\,, \tag{1}$$

где $\|\cdot\|_p$ стандартная норма в пространстве L_p 2π-периодических функций одной переменной с $1\le p\le+\infty$, $C_k^\nu = \frac{k(k-1)\ldots(k-\nu+1)}{\nu!}$.

Конструкция (1) может быть обобщена, если натуральный параметр k заменить на вещественный неотрицательный параметр α, а конечную сумму в (1) заменить на бесконечную сумму по всем неотрицательным целым значениям. Полученные таким путем модули гладкости изучались многими авторами, в частности С.Тихоновым и М.К. Потаповым [2].

В работе К.В. Руновского и Х.-Ю. Шмайссера [3] введен модуль непрерывности, соответствующий производной Рисса

$$\omega(f,\delta)_p = \sup_{0\le h\le\delta}\left\|\frac{4}{\pi^2}\sum_{\nu\in}\frac{f(x+(2\nu+1)h)}{(2\nu+1)^2} - f(x)\right\|_p, \; \delta\ge 0\,. \tag{2}$$

Получены прямая оценка типа Джексона, обратная оценка типа Бернштейна и теорема об эквивалентности K-функционалу, соответствующему производной Рисса.

В данной работе предлагается модификация модуля (2)

$$\omega(f,\delta)_p = \sup_{0\le h\le\delta}\left\|\frac{3}{\pi^2}\sum_{\nu\ne 0}\frac{f(x+\nu h)}{\nu^2} - f(x)\right\|_p, \; \delta\ge 0\,. \tag{3}$$

Для модуля (3) доказаны прямая оценка типа Джексона, обратная оценка типа Бернштейна и теорема об эквивалентности K-функционалу, соответствующему производной Рисса.

Литература

1. DeVore, R. and G. Lorentz: Constructive Approximation. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag 1993.

2. Tikhonov, S.: Moduli of smoothness and the interrelation of some classes of functions. In: Function Spaces, Interpolation Theory and Related Topics. Printed by W. de Gruyter: Berlin, New York, 2002, 413–424.

3. K. Runovski, H.-J. Schmeisser: On Modulus of Continuity Related to Riesz Derivative. ZAA 2011(to appear).