Секция «Математика и механика»

Синтез легкотестируемых схем для систем булевых функций из некоторых классов

Бородина Юлия Владиславовна
Кандидат наук
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, , Москва, Россия
E-mail: jborodina@inbox.ru

Пусть S — некоторая схема из функциональных элементов [1,2], реализующая систему (упорядоченный набор) из m булевых функций $f_1(\tilde{x}), f_2(\tilde{x}), \ldots, f_m(\tilde{x})$, $\tilde{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Функции, реализуемые на выходах схемы при наличии в схеме неисправных элементов, называются функциями неисправности. Набор $(g_1(\tilde{x}), \ldots, g_m(\tilde{x}))$ функций неисправности будем считать нетривиальным, если хотя бы одна какая-нибудь функция $g_i(\tilde{x})$, $i \in \{1, \ldots, m\}$, отлична от соответствующей ей функции $f_i(\tilde{x})$, т.е. $g_i(\tilde{x}) \not\equiv f_i(\tilde{x})$.

Множество T входных наборов схемы S называется полным проверяющим тестом для этой схемы, если для любого нетривиального набора функций неисправности $(g_1(\tilde{x}), \ldots, g_m(\tilde{x}))$ в T найдется хотя бы один такой набор $\tilde{\sigma}$, что $(f_1(\tilde{\sigma}), \ldots, f_m(\tilde{\sigma})) \neq (g_1(\tilde{\sigma}), \ldots, g_m(\tilde{\sigma}))$ (здесь равенство булевых наборов, как обычно, покомпонентное, т.е. $(\alpha_1, \ldots, \alpha_m) = (\beta_1, \ldots, \beta_m)$ означает $\alpha_1 = \beta_1, \ldots, \alpha_m = \beta_m$). Число наборов, составляющих этот тест, называется длиной теста. В качестве тривиального теста всегда можно взять тест, одержащий все 2^n наборов значений переменных булевой функции от n переменных [3].

В данной работе рассматривается задача построения легкотестируемых схем из функциональных элементов в базисе $\{\ \&\ , \vee, ^{-}\}$ для систем булевых функций из некоторых классов. В качестве неисправностей предполагаются константные неисправности типа "1" на выходах элементов (при переходе в неисправное состояние элемент выдает единицу независимо от подаваемых на его входы значений).

Пусть $\mathcal{F}_{n,m}$ — система из m булевых функций $f_1(\tilde{x}), \ldots, f_m(\tilde{x})$, где $\tilde{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$; у функций из $\mathcal{F}_{n,m}$ могут быть фиктивные переменные из числа $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Теорема 1. *Пусть $\mathcal{F}_{n,m}$ — система из m булевых функций, отличных от констант, каждая из которых монотонна по каждой из l переменных $x_1, x_2, \ldots, x_l$, $0 \leq l \leq n$, и антимонотонна по каждой из $n - l$ переменных $x_{l+1}, \ldots, x_n$. Тогда систему $\mathcal{F}_{n,m}$ можно реализовать схемой из функциональных элементов, допускающей полный проверяющий тест длины* 1.

Теорема 2.*Пусть $\mathcal{F}_{n,m}$ — система из m булевых функций, отличных от констант, каждая из которых монотонна по каждой из l переменных $x_2, x_3, \ldots, x_{l+1}$, $0 \leq l \leq n-1$, и антимонотонна по каждой из $n - l - 1$ переменных $x_{l+2}, \ldots, x_n$. Тогда систему $\mathcal{F}_{n,m}$ можно реализовать схемой из функциональных элементов, допускающей полный проверяющий тест длины* 1.

Замечание 1. Теоремы 1—2 для систем, состоящих из одной функции, были доказаны в работе [4]. Кроме того, в условиях теоремы 1 легкотестируемые схемы с неточными оценками длин тестов строились в [5].

Замечание 2.В силу самодвойственности рассматриваемого базиса аналоги теорем 1—2 справедливы и при константных неисправностях типа "0" на выходах элементов.

Литература

1. Лупанов О.Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. М., МГУ, 1984.

2. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М., Высшая школа 2002.

3. Редькин Н.П. Надежность и диагностика схем. М., МГУ, 1992.

4. Бородина Ю.В. Синтез легкотестируемых схем в базисе $\{\&, \vee, ^{-}\}$ при однотипных константных неисправностях на выходах элементов // Дискретная математика, 2008, Т. 17, вып. 1, С.129–140.

5. Бородина Ю.В. Синтез легкотестируемых схем в базисе $\{\&, \vee, ^{-}\}$ для систем функций из некоторых классов // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Механ., 2007, № 4, С.68–72.