

Секция «Математика и механика»

Процесс теплопроводности с импульсной поддержкой

Прохоренко Мирослава Владимировна

Кандидат наук

Национальный университет "Львовская политехника Институт геодезии, Львов,
Украина

E-mail: *myroslava1@mail.ru*

В работе [1] рассмотрена задача о регулировании температуры в стержне. Мгновенная подкачка тепла в стержень происходит в моменты, когда регулирующий функционал достигает заданного значения. В [2] рассмотрена задача о распространении тепла в стержне с источниками тепла, способными в фиксированные моменты времени изменить температуру стержня. Данная работа продолжает исследования начатые в [1]-[2] и рассматривает задачу о регулировании температуры в стержне с источниками тепла, способными в моменты, когда регулирующий функционал достигает заданного значения, мгновенно изменить температуру стержня.

Процесс теплопроводности для стержня зададим уравнением

$$u_t = a^2 u_{xx} + f(x, t), \quad (x, t) \in (0, l) \times [0, +\infty), \quad (1)$$

начальными и граничными условиями

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in [0, l], \quad u(0, t) = u(l, t) = 0, \quad t \in [0, +\infty) \quad (2)$$

и импульсным законом

$$[u(x, t+0) - u(x, t-0)]|_{I_u(t-0)=I_0} = \alpha(x), \quad I_u(t) = \int_0^l \beta(x) u(x, t) dx, \quad (3)$$

где $(x, t) \in ([0, l] \times [0, +\infty))$, функции $u_0, \alpha, \beta \in C([0, l])$, имеют кусочно-непрерывные производные для $x \in [0, l]$ и $u_0(0) = u_0(l) = \alpha(0) = \alpha(l) = 0$; $a, I_0 = \text{const} > 0$, функция $f \in C([0, l] \times [0, +\infty))$, имеет кусочно-непрерывные производные по x для $x \in [0, l]$, кроме того $f(0, t) = f(l, t) = 0$.

Через t_k ($k \in \mathbb{N}$) обозначим моменты импульсного воздействия задачи (1)-(3), то есть моменты, когда $I_u(t_k) = I_0$.

Теорема. Пусть $I_u(0) \geq I_0$, $\int_0^l \alpha(x) \beta(x) dx > 0$ и существует постоянная $M_0 > 0$, что функция f удовлетворяет неравенству $|f(x, t)| \leq M_0 e^{-t}$, $x \in [0, l]$.

Тогда $t_k \rightarrow +\infty$ при $k \rightarrow +\infty$.

Литература

1. Мышкис А.Д. Процесс теплопроводности с авторегулируемой импульсной поддержкой // Автоматика и телемеханика.1995. № 2. С. 35-43.
2. Елгондиев К.К., Пильтай М.М., Хомченко Л.В. Распространение тепла в однородном стержне с импульсным воздействием // Крайові задачі для диф. р-нь: Зб.наук.пр.-Чернівці: Прут. 2002. Вип. 10. С. 59-65.