Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Оценивание разности по Минковскому эллипсоидов в случае невыпуклой разности опорных функций.

Ширяев Владимир Дмитриевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

E-mail: Vladimir.D.Shiryaev@gmail.com

Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\text{(t)=A(t)x(t)+B(t)u+C(t)v(t)}, \quad \mathrm{t}_0 \leq t \leq t_1.$$

Здесь коэффициенты-матрицы $A(t)$, $B(t)$ и $C(t)$ непрерывны, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ — фазовый вектор системы, $u \in \mathbb{R}^p$ — управление, $v(t) \in \mathbb{R}^q$ — неизвестное но ограниченное возмущение (помеха),

$$\text{v(t)} \in \mathcal{Q}(t), \quad t_0 \leq t \leq t_1,$$

где $\mathcal{Q}(t)$ — непрерывное по Хаусдорфу, выпуклое и компактнозначное многозначное тображение. На управление имеется ограничение, аналогичное предыдущему:

$$\text{u(t)} \subseteq \mathcal{P}(t), \quad t_0 \leq t \leq t_1,$$

где $\mathcal{P}(t)$ — непрерывное по Хаусдорфу, выпуклое и компактнозначное многозначное отображение. Однако в задачах с помехой целесообразно рассматривать синтезированные управления, зависяшие не только от времени t, но и от фазового вектора x.

Для задачи синтеза целевого управления

$$\text{u(t,x)} \subseteq \mathcal{P}(t), \quad \forall x,\ t_0 \leq t \leq t_1,$$

направленного на достижение терминального множества $\mathcal{M}$ при неопределённых возмущениях, полезно следующее понятие.

Множеством разрешимости задачи целевого управления в момент t_0, в классе синтезирующих управлений $u(t,x)$, называют совокупность таких векторов, x^0, для которых существует управление $u(t,x)$, переводящее систему из позиции $\{t_0, x^0\}$, в позицию $\{\vartheta, x\}, x \in \mathcal{M}$, каким бы ни было неопределённое возмущение $v(t)$.

Для случая, когда $\mathcal{M}$, $\mathcal{P}(t)$ и $\mathcal{Q}(t)$ представляют собой эллипсоиды, параллелотопы или зонотопы, разработан эллипсоидальный метод оценивания прямых и попятных множеств достижимости. Он позволяет строить оценки множеств достижимости в виде параметризованных семейств эллипсоидов, зависящих от времени, содержащих множество достижимости в себе либо содержащихся в множестве достижимости и касающихся его в точках, определяемых специальными кривыми. Кроме того, возможно построение сколь угодно точной оценки множества достижимости при помощи конечного числа тугих эллипсоидальных оценок. Такие методы подробно освоены для систем без возмущений.

При наличии возмущений дело обстоит сложнее — аналогичные оценки оказываются тугими при специальных дополнительных предположениях. Известно однако, что существуют ситуации, когда такие предположения могут нарушаться по ходу процесса. В момент нарушения процесс необходимо перестраивать. Поэтому представляется необходимым исследовать подобные ситуации и модифицировать для них существующие оценки, чтобы эллипсоидальный метод работал столь же эффективно, как и без возмущений. Анализ показывает, что для успешной работы всего метода требуется алгоритм оценки разности по Минковскому двух эллипсоидов. Предлагаемый доклад посвящен полученным в данном направлении результатам.

Литература

1. Куржанский А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределённости. М.: Наука, 1977.

2. Половинкин Е. С., Балашов М. В. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.

3. A. B. Kurzhanski and I. Valyi. “Ellipsoidal Calculus for Estimation and Control”, Birkhauser, Boston, 1997.

4. Rolf Schneider. Convex bodies: the Brunn-Minkowski theory, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.