

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Примеры синтеза импульсных управлений при неопределенности.

Мельникова Анастасия Алексеевна

Студент

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет
вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия*

E-mail: smile_now@mail.ru

Исследование поведения динамических систем с неопределенностью является одним из классических направлений современной математической науки. Развивается подход, связанный с использованием обобщенных (импульсных) управлений для перевода системы из одного состояния в другое за бесконечно малое время (на практике за очень малое время). Такое управление физически реализуется с помощью ударов. Обычно такие удары необходимо совершать в определенные моменты времени, что следует из желания минимальных затрат (силы, энергии) при выполнении управления системой.

В работе рассматривается задача минимизации функционала $J(U(\cdot), v(\cdot))$, имеющего вид суммы вариации обобщенного управления и расстояния до терминального множества, учитывая, что в уравнении движения присутствует помеха, а начальное положение системы известно. Управление принадлежит классу функций ограниченной вариации, на помеху наложено геометрическое ограничение. Был рассмотрен частный случай указанной выше задачи, когда параметры (координата x , управление U , помеха v), входящие в систему, одномерны. Было замечено, что в этом случае функционал приводится к простому виду, а функция цены, построенная как

$$\min_{U(\cdot)} \max_{v(\cdot)} J(U(\cdot), v(\cdot)),$$

принадлежит классу кусочно-линейных функций. Этот факт позволяет рассмотреть все возможные случаи эволюции множества разрешимости и выписать в явном виде необходимые формулы. Доказано, что построенная минимаксная функция цены является решением вариационного неравенства типа Гамильтона-Якоби-Беллмана-Айзекса. Отсюда получаем синтез управления: в каждый момент времени точно известно, как необходимо управлять системой (совершать удар или ничего не делать), чтобы в конечный момент времени значение функционала было минимальным.

Приведены примеры, показывающие, что при полученном управлении и условии принадлежности помехи некоторому компакту можно перевести систему из любого начального состояния в заданное терминальное множество. Рассмотрены линейные и периодические (типа синуса) помехи.

Литература

1. А.Б. Куржанский. Альтернированный интеграл Понтрягина в теории синтеза управлений. // Труды МИАН, т. 224, с. 234-248, 1999.
2. А.Б. Куржанский. Лекции по курсу "Динамическое программирование и процессы управления."

3. A.B. Kurzhanski, A.N. Daryin. Dynamic programming for impulse controls. // Annual Reviews in Control 32, pages 213-227, 2008.