Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

3n+1 проблема

Саргсян Ваге Гнелович
Аспирант
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия
E-mail: vahe.sargsyan.gneli@gmail.com

Рассмотрим функцию, известную как $3n+1$ функция:

$f(n) = 3n+1, \&$если $n \equiv 1(mod2);$
$f(n) = 2l+1, \&$если $n = 2^m(2l+1), m \geq 1.$

Задача: Существует ли для любого n конечное s такое, что $f^{(s)}(n) = 1$, где

$f^{(i)}(n) = 3f^{(i-1)}(n)+1, \&$если $f^{(i-1)}(n) \equiv 1(mod2);$
$f^{(i)}(n) = 2l+1, \&$если $f^{(i-1)}(n) = 2^m(2l+1), m \geq 1.$

и $f^{(1)}(n) = f(n)$.
Заметим, что при нечетном числе n, $f^{(s)}(n) = 1$, то $s \equiv 0(mod2)$
Теорема: Для любого $n \geq 3$ $f^{(2n)}(2^n-1) > 1$, $f^{(2n)}(2^{2n}+1) > 1$ и $f^{(2n+2)}(2^{2n+1}+1) > 1$.
Доказательство: Рассматриваем функцию $f(2^n-1)$:

$f^{(1)}(2^n-1) = 3(2^n-1)+1 = 2(3 \cdot 2^{(n-1)}-1),$
$f^{(2)}(2^n-1) = 3 \cdot 2^n - 1,$
$\ldots\ldots\ldots$
$f^{(2n-1)}(2^n-1) = 2(3^n-1),$
$f^{(2n)}(2^n-1) = (3^n-1)/2^k$

$f^{(2n)}(2^n-1) > 1$, поскольку 3^n-1 не является степенью двух, при $n \geq 3$.
Так же доказывается, что $f^{(2n)}(2^n+1) > 1$ и $f^{(2n+2)}(2^{2n+1}+1) > 1$.

Следствие: Из теоремы следует, что не существует константы C такой, что для любого n $f^{(C)}(n) = 1$.

Литература

1. Cadogan C. C. A Note on the 3x + 1 Problem: Caribb. J. Math. 3,(2)(1984)67-72
2. Lagarias J. C. The 3x + 1 Problem and Its Generalizations: Amer. Math. Monthly, Vol 92, No.1(1985) 3-23
3. Wirsching G. The Dynamical System Generated by the 3n + 1 Function: Lecture Notes in Math. 1681, Springer,1998
4. Belaga E. Reflecting on the 3x + 1 Mystery: Outline of a scenario: U. Strasbourg preprint, 10(1998)
5. Good I. J., Churchhouse R. F. The Riemann Hypothesis and Pseudorandom Fea-tures of the Mobius Sequence: Math. Comp. 22 (1968), 857-861