

## Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

### Различные схемы решения задачи о вершинном покрытии

Уткелбаев Е.Е.<sup>1</sup>, Досымбаев О.М.<sup>2</sup>

1 - Казахстанско-Британский Технический Университет, Факультет информационных технологий, 2 - Казахстанско-Британский Технический Университет, Факультет информационных технологий, Алма-Ата, Казахстан  
E-mail: YerzhanUtkelbayev@gmail.com

Задача о нахождении минимального вершинного покрытия в графе относится к классу NP-полных задач. В своей работе мы строим новые точные и приближенные схемы решения данной задачи и анализируем показатели для различных подходов.

Формулировка задачи [1] гласит: множество вершин  $V_1 \subseteq V$  графа  $V = (V, E)$  называется *вершинным покрытием* (vertex cover) графа, если у любого ребра графа хотя бы один из концов входит в  $V_1$ . Если считать, что вершина «покрывает» инцидентные ей ребра, то вершинное покрытие графа – это множество вершин, которые покрывают все ребра. *Размером* вершинного покрытия называется число входящих в него вершин.

*Задача о вершинном покрытии* (vertex-cover problem) требует указать минимально возможный размер вершинного покрытия для заданного графа.

Переборный алгоритм для решения этой задачи имеет сложность  $O(2^{|V|}|E|)$ . К тому же известна приближенная схема решения с полиномиальной сложностью, которая позволяет находить вершинное покрытие с результатом хуже оптимального не более чем в два раза.

Для приближенной схемы решения также может быть предложен жадный алгоритм, выбирающий вершины по убыванию степеней. В своей работе мы доказываем, что существуют входные данные, на которых отношение количества вершин, полученных жадным алгоритмом, к минимальному вершинному покрытию принимает сколь угодно большое значение. В книге [1] предлагается построение таких входных данных на основе двудольного графа.

Для двудольных графов и деревьев в нашей работе предлагается точный полиномиальный алгоритм, основанный на нахождении наибольшего паросочетания. К тому же, если граф не является двудольным или деревом, то мы предлагаем новый приближенный алгоритм, основанный на фиктивном разбиении графа на две доли или нахождении остовного дерева.

В докладе также рассматриваются эффективность и показатели на случайных входных данных каждого из алгоритмов.

### Литература

1. Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, Clifford Stein. Introduction to Algorithms, Second Edition. MIT Press, 2001.