

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Некоторые подклассы вычислимых функций.

Иванов Илья Евгеньевич

Студент

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия*

E-mail: ivanov.ilya.rus@gmail.com

Согласно классификации формальных языков Хомского каждому типу языка сопоставлен акцептор — вычислительное устройство, распознающее данный язык. Для регулярных языков акцептором является конечный автомат, для контекстно-свободных — автомат с магазинной памятью, для контекстно-зависимых — линейно-ограниченная машина Тьюринга, для языков, порожденных грамматиками общего вида, — машина Тьюринга.

Аналогично, можно классифицировать и функции $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ по типу вычисляющего устройства. Хорошо известен класс вычислимых функций, то есть функций, вычисляемых машиной Тьюринга. Будем говорить, что детерминированный автомат (конечный или бесконечный) вычисляет функцию f , если для любого натурального n при подаче слова вида $0^k 1^{n+1} 0^\infty$ автомат выдает последовательность вида $0^l 1^{f(n)+1} 0^\infty$, где $k, l \in \mathbb{N}$. В работе исследуются классы функций, вычисляемых конечными автоматами, автоматами с магазинной памятью, и автоматами с 2 магазинами. Получены следующие результаты.

Теорема 1. Функция $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

— вычислимая конечным автоматом функция тогда и только тогда, когда с некоторого момента выполнено

$$f(x) = ax + b(x),$$

где $a \in \{0, 1\}$, а $b : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

— некоторая периодическая функция.

Теорема 2. Функция $f : \mathbb{N}$

$\rightarrow \mathbb{N}$ — вычислимая автоматом с магазинной памятью тогда и только тогда, когда с некоторого момента выполнено

$$f(x) = a(x)x + b(x),$$

где $a : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$, $b : \mathbb{N}$

$\rightarrow \mathbb{Q}$ — некоторые периодические функции.

Теорема 3. Функция $f : \mathbb{N} \rightarrow$

\mathbb{N} вычислима автоматом с 2 магазинами тогда и только тогда, когда она является вычислимой.

