Краевая задача для уравнения теплопроводности с разрывными начальными функциями

Шарин Евгений Федорович

аспирант

Институт математики и информатики Якутского государственного университета им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия

e-mail: eugene_sharin@mail.ru

Работа посвящена исследованию гладкости решений краевых задач для параболических уравнений с негладкими коэффициентами в классах Гёльдера. Такие краевые задачи стали предметом изучения с начала XX века. Одним из первых работ в этом направлении были работы М. Жевре, позже были опубликованы труды М.А. Лаврентьева, А.В. Бицадзе, С.А. Терсенова, И.М. Петрушко, В.Н. Монахова, А.И. Кожанова, С.Г. Пяткова и многих других авторов.

Актуальность изучения таких задач обоснована их физическим применением в моделировании таких процессов как распространение тепла в неоднородных средах, взаимодействия фильтрационных и каналовых потоков и другие.

Настоящая работа состоит из двух частей. В первой части исследуется случай односторонних спутных потоков. В полосе $D = \Omega \times (0,T)$, где либо Ω область в R, либо $\Omega \equiv R$ рассмотрим уравнение

$$f(x)u_t = Lu, \tag{1}$$

где L - строго эллиптический оператор второго порядка по переменным x с коэффициентами из класса Гельдера в $\overline{D}$. Пусть в уравнении (1) функция $f(x) > 0$ и терпит разрыв первого рода в точке $x = 0$. Решение уравнения (1) в классе ограниченных функций будет единственным при выполнении начальных условий

$$\begin{aligned} u(x,0) &= u_0(x) \ \textit{при} \ x > 0, \\ u(x,0) &= u_1(x) \ \textit{при} \ x < 0 \end{aligned} \tag{2}$$

и условий сопряжения потоков. Решение поставленной задачи разыскивается в виде параболических потенциалов простого слоя из пространства Гельдера $H_{x\ t}^{p,\ p/2}$, $p = 2l + \gamma, 0 < \gamma < 1$. Доказана теорема существования и единственности решения поставленной задачи, также изучены дифференциальные свойства решения задачи.

Вторая часть посвящена изучению краевых задач для уравнения теплопроводности с меняющимся направлением времени. Доказаны аналогичные теоремы существования, единственности и дифференциальных свойств решения задачи.