

Задача о вытеснении одного газа другим в осесимметричном канале при нелинейном законе сопротивления.

Сандаков Антон Евгеньевич¹

аспирант

Московский Инженерно-Физический Институт, Москва, Россия

E-mail: sandakovanton@mail.ru

Исследуется задача об изотермическом вытеснении одного газа другим в высокопроницаемых трещинах в осесимметричном случае при квадратичном законе сопротивления. В квадратурах построены автомодельные решения для определения скорости и давления вытесняющего и вытесняемого газов.

Задача о вытеснении в автомодельных переменных записывается в виде:

$$\begin{cases} \varphi' - \kappa\varphi^3 + \theta\kappa\varphi^2 + \frac{\varphi}{\theta} = 0, \\ f' + \kappa\varphi^2 f = 0. \end{cases} \quad (1)$$

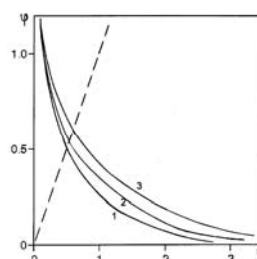
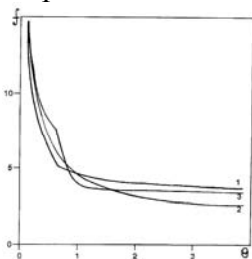
Здесь $\varphi(\theta)$, $f(\theta)$ и θ - автомодельные функции скорости, давления и автомодельная переменная соответственно. Граничные и начальные условия имеют вид

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} (f\theta\varphi) = 1, \quad f(\theta \rightarrow \infty) = N, \quad f(\theta_0 - 0) = f(\theta_0 + 0), \quad \varphi(\theta_0 - 0) = \varphi(\theta_0 + 0) = \theta_0$$

Где θ_0 - автомодельная координата граница раздела между газами, κ - параметр газа.

Первое уравнение из (1) может быть сведено к точно-решаемому уравнению Эйри вида $y'' = zy$. Здесь z - новая переменная. Общее решение уравнения Эйри выражается через модифицированные функции Бесселя: $y = C_1 I_{1/3}(z) + C_2 K_{1/3}(z)$. Используя граничные и начальные условия задачи, а также некоторые асимптотики, определяются константы в общем решении уравнения Эйри для вытесняющего и вытесняемого газов.

Из второго уравнения (1) возможно выразить значение автомодельной функции давления через найденную выше функцию $y(z)$: $f = 2/3 y^2 + 4/3 y'^3 y^{-1} - 4/3 y' y z$. В итоге были получены параметрические зависимости давления и скорости газов в зависимости от автомодельной переменной θ .



На первом и втором рисунках представлены зависимости давления и скорости газов соответственно при различных значениях плотности газов ($\kappa = 0.1; 1; 5$).

Литература

1. Бондаренко А.Г., Колабашкин В.М., Кудряшов Н.А. Автомодельное решение задачи о течении газа через пористую среду в режиме турбулентной фильтрации // Изв. РАН. ПММ. 1980. Т.44. №3. С.573-577.
2. Гордеев Ю.Н., Кудряшов Н.А., Мурзенко В.В. Автомодельные решения одномерных задач движения газа в пористой среде при двучленном законе сопротивления // ИФЖ. 1984. Т.47. №3.
3. Гаджиев Л.М., Мурадов И.Р., Агаева С.У. Автомодельные решения вытеснения одной жидкости другой в пласте при нелинейном (квадратичном) законе фильтрации // Нефть и газ. 1983. №4. С.34-38.

¹ Автор выражает признательность профессору, д.ф.-м.н. Гордееву Ю.Н. за помощь в подготовке тезисов.