

## О свойствах решений задач распространения волн в нелинейных средах

Пшеницына Н.А.

аспирант

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова,  
механико-математический факультет, Москва, Россия

[pshenya@gmail.ru](mailto:pshenya@gmail.ru)

Распространение нелинейных волн в диссипативной среде описывается неоднородным уравнением Бюргерса

$$\begin{aligned}u_x - uu_y - \epsilon u_{yy} &= g(y), \\ u(x=0, y) &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

в области  $Q_x = \{(x, y) : 0 \leq x \leq X, -\infty < y < \infty\}$ .

Правая часть уравнения (1) полагается случайным процессом, заданным вероятностной мерой  $\mu_0$  на пространстве  $B_0$  реализаций  $g(y)$ . Статистическое решение задачи Коши с исходной мерой  $\mu_0$  определяется как некоторая вероятностная мера  $\mu$ , заданная на пространстве  $B$  функций  $u(x, y)$ .

Для задачи (1) доказано существование статистического решения для произвольной исходной меры  $\mu_0$ . Найдены достаточные условия таких свойств, как однородность (независимость от сдвига) вероятностной меры решения, стационарность и эргодичность.

В случае нелинейной среды с релаксацией процессы распространения волн описываются следующим интегро-дифференциальным уравнением:

$$\begin{aligned}\rho\left(\frac{x}{\delta}\right)u_x + \alpha\left(\frac{x}{\delta}\right)f_y(u) - \beta\left(\frac{x}{\delta}\right)u_{yy} &= v\left(\frac{x}{\delta}\right)\eta \int_{-\infty}^y u_y(x, y') \exp\left(\frac{y' - y}{\tau}\right) dy', \\ u(x=0, y) &= \varphi(y), \\ u(x, y+1) &= u(x, y),\end{aligned}\tag{2}$$

в области  $Q_x = \{(x, y) : 0 \leq x \leq X, -\infty < y < \infty\}$ ,  $\delta$  - малый параметр.

Для задачи (2) доказаны существование и единственность решения. Найдено осредненное по  $\delta$  уравнение, соответствующее (2), с постоянными коэффициентами. Доказаны существование и единственность решения осредненного уравнения, а также близость решений задачи (2) и осредненной задачи.

### Литература:

1. Арсеньев А.А. О статистических решениях нелинейного волнового уравнения. // Препринт №81 ИПМ АН СССР. М.: 1978.
2. Олейник О.А. Разрывные решения нелинейных дифференциальных уравнений. // УМН, 1957, т. 12, вып. 3.
3. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов // М.: Наука, 1965.
4. Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. // М.: Наука, 1975.