Движение ядра Земли под влиянием приливных деформаций

Мохначевский Александр Николаевич

студент

Якутский государственный университет, Физический факультет, Якутск, Россия

Известна гипотеза о том, что приливные деформации Земли могут приводить к направленному переносу ее внутренних масс. Из сейсмических данных были получены сведения о том, что внутреннее ядро имеет несколько большую скорость вращения, чем Земля в целом, т.е. существует восточный дрейф ядра Земли (Song X., Richards P.G., Адушкин В.В., Овчинников В.М.). Строятся различные модели деформирования Земли под влиянием приливных деформаций (Вильке В.Г., Баркин Ю.В., Григорьев Ю.М., Ревуженко А.Ф., Решетняк М.Ю.).

В рамках данной задачи мы оцениваем эффект влияния только приливного деформирования на движение жидкого и твердого ядра Земли. Поэтому все остальные факторы, которые играют существенную роль в процессе деформирования (температуру, сложную неоднородность и т.д.), учитывать не будем. Вначале сделаем некоторые упрощения. Допустим, что возмущающая масса только одна (Луна) и лежит в экваториальной плоскости Земли. Отбросим кору и мантию Земли, будем рассматривать только жидкое и твердое ядра. В рамках кинематической модели форму жидкого ядра выберем в виде эллипсоида вращения с малым эксцентриситетом, твердого ядра – в виде недеформируемого шара в центре эллипсоида. Будем предполагать, что жидкое ядро является однородным и линейно вязким. В виду малости величин скорости пренебрежем конвективным слагаемым в уравнениях Навье-Стокса. Тогда задача сводится к решению первой краевой задачи для системы Стокса $\mu\Delta\mathbf{v} = \nabla p, \quad \nabla\cdot\mathbf{v} = 0$ внутри эллипсоида с шаровой полостью. На внешней границе (эллипсоиде) задается распределение скоростей, имитирующее движение приливной волны: частицы, находившиеся на одном меридиане, все время остаются на нем, а частицы экватора имеют одинаковую по модулю скорость; на внутренней границе (сфере) задается постоянная угловая скорость (первоначально неизвестная скорость вращения твердого ядра).

Поставленную задачу решаем методом разложения по малому параметру. В качестве малого параметра возьмем эксцентриситет эллипсоида. Для каждой из поправок получаются краевые задачи для системы Стокса внутри шарового слоя. Решая последовательно эти задачи, можем найти приближенное решение основной задачи. Неизвестная заранее угловая скорость ядра определяется условием равенства нулю полного момента вязких сил на внутренней поверхности.

Для решения системы Стокса внутри шарового слоя вводим в рассмотрение векторные гармоники:

$$\mathbf{L}_n^k(\theta,\varphi) = \mathbf{e}_r S_n^k, \quad \mathbf{M}_n^k(\theta,\varphi) = \mathbf{e}_\theta \frac{\partial S_n^k}{\partial\theta} + \frac{\mathbf{e}_\varphi}{\sin\theta}\frac{\partial S_n^k}{\partial\varphi}, \quad \mathbf{N}_n^k(\theta,\varphi) = -\frac{\mathbf{e}_\theta}{\sin\theta}\frac{\partial S_n^k}{\partial\varphi} + \mathbf{e}_\varphi \frac{\partial S_n^k}{\partial\theta}$$

где $S_n^k(\theta,\varphi)$ - сферическая функция. Подобные ортогональные собственные векторные функции используются в задаче о равновесии упругого шара (Морс Ф.М, Фешбах Г., Гринченко В.Т., Улитко А.Ф.).

Разделяя переменные в системе Стокса, получаем дифференциальные уравнения для радиальных функций векторного разложения вектора скорости $\mathbf{v} = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty} m_n^k(r)\mathbf{L}_n^k + u_n^k(r)\mathbf{M}_n^k + v_n^k(r)\mathbf{N}_n^k$. Найдены явные формулы для этих радиальных функций. Постоянные интегрирования, входящие в радиальные функции, определяются граничными условиями. В качестве тестовой задачи получено решение задачи о движении жидкости в шаровом слое, когда граничные сферы вращаются вокруг различных диаметров с постоянными угловыми скоростями, визуализированы линии тока.