

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ «О НАЗНАЧЕНИЯХ»

Мирошниченко Роман Викторович

Студент

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, факультет
информатики и вычислительной техники, Ярославль, Россия

nvs@uniyar.ac.ru

Пусть m_i – скорости механизмов, w_j – объемы работ.

Обозначим через T – наилучшее время выполнения всех работ. Сначала подсчитаем время выполнения самой трудоемкой задачи механизмом с наибольшей скоростью делением первой величины на вторую. Это будет нижняя оценка выполнения, так как никто из рабочих не способен превзойти это время. Далее просуммируем время двух самых сложных работ и таким же образом поделим на сумму скоростей двух лучших механизмов. После чего обе величины сравниваются и берется их максимум. Прodelывая такие операции, после $(n-1)$ сравнений получаем конкретное число T .

Теорема

T – наилучшее из возможных времен выполнения всех работ.

То, что оно им является – очевидно, по построению. А доказательством того, что за это время возможно выполнение работ, послужит приведенный ниже алгоритм.

Теперь у нас в руках некий понятный и обоснованный параметр. Уже на данном этапе можно оценить, какой объем работ может совершить каждый из механизмов ($T * m(i)$). Дело осталось за малым: распределить все работы так, чтобы каждый из механизмов работал не больше, чем T , и по истечению заданного времени все работы были выполнены.

Алгоритм

Для начала отсортируем оба входных массива по возрастанию. Далее для наглядности соединим их в один двумерный. В итоге получим простую таблицу, строками которой пусть будут скорости механизмов, а столбцами объемы работ. Необходимо иметь представление о возможностях каждого из механизмов справиться с любой из работ. Для этого размечаем таблицу: в ячейке ставится «+», если он может выполнить работу за меньшее или равное T время и «-» в противном случае. Теперь мы обладаем необходимой информацией для раздачи работ.

Для определения механизмов на первую работу берем первого (m_1) и того (m_j), у которого в этом столбце таблицы стоит первый «+» при движении вниз. Решается уравнение

$$\frac{x}{m_i} + \frac{w_1 - x}{m_j} = T$$

где $m_i = m_1$. С первой работой, таким образом, определились, добившись того, что на ее выполнение необходимо именно T .

У «слабого» механизма (m_i) после первой работы остается время $(T - x/m_i) = ost_i$, которое автоматически определяется на выполнение следующей по ходу работы. Высчитывается, какой объем проделает он сам за остаток времени ($ost_i * m_i$). Эта величина вычитается из предстоящей работы ($w_2 - ost_i * m_i$), пересчитывается матрица «возможностей» и находится самый «слабый», кто доделает работу за остаток времени. А первый же механизм выбывает из списка претендентов на выполнение следующих работ.

Таким же методом распределяются все работы кроме, может быть, последней. Для ее выполнения просматривается весь массив с остатками времени у каждого из механизмов. Из него выбираются достаточное количество сильнейших, у которых эта величина не равна нулю. Они и определяются на выполнение оставшейся работы.