

Анализ плоско-деформированного состояния при круговом сдвиге нелинейно-упругого, несжимаемого полого цилиндра

Козлов Виктор Вячеславович

студент

Тульский государственный университет, Тула, Россия

Введение

Рассмотрим процесс кругового сдвига полого цилиндра бесконечной длины. При этом внутренняя поверхность цилиндра жёстко закреплена. Внешняя поверхность может поворачиваться вокруг оси цилиндра.

Круговой сдвиг полого цилиндра используется для моделирования процессов, происходящих в различных нелинейных средах, в частности в эластомерах. Экспериментальные исследования на основе модели кругового сдвига позволяют определять значения материальных параметров. Также в результате таких исследований можно будет делать выводы об адекватности представления материала различными уравнениями состояния.

Методы

В работе рассматривается бесконечно длинный, однородный, изотропный, нелинейно-упругий, несжимаемый полый цилиндр. Несжимаемость материала предполагает отсутствие осевых и радиальных перемещений точек цилиндра.

Внутренний радиус цилиндра обозначим R_1 , внешний - R_2 .

Пусть (R, θ, z_0) - цилиндрические координаты точек цилиндра в начальном состоянии, (r, φ, z) - в деформированном (при повороте внешней обоймы на некоторый угол α). Для описываемой модели связь между данными координатами представляется в виде:

$$r = R; \quad \varphi = \theta + f(R); \quad z = z_0 \quad (1)$$

В (1) входит неизвестная, зависящая от радиального параметра, функция $f(R)$, которая тем или иным образом входит во все используемые здесь меры описания напряжённо-деформированного состояния среды.

Процесс описывается уравнением равновесия сплошной среды, а также уравнением связи напряжений и деформаций [1]:

$$\tilde{\sigma}_R = 2G\tilde{\Gamma}, \quad (2)$$

где $\tilde{\sigma}_R$ - девиатор «повёрнутого» обобщённого тензора Коши, $\tilde{\Gamma}$ - девиатор тензора деформации Генки, G - модуль сдвига.

Граничные условия в перемещениях можно привести к следующему виду: $f(R_1) = 0$, $f(R_2) = \alpha$. В начальный момент времени среда находится в недеформированном состоянии.

Результаты

Записана постановка задачи анализа плоско-деформированного состояния при круговом сдвиге нелинейно-упругого, несжимаемого полого цилиндра.

Непосредственно далее планируется решение соответствующей краевой задачи для нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения с целью получения упомянутой функции $f(R)$, которая однозначно опишет напряжённо-деформируемое состояние рассматриваемой сплошной среды.

Литература

1. Маркин А. А. Нелинейная теория упругости: Учеб. пособие. Тула: ТулГУ, 2000 г. 72 с.