О полноте волновых операторов для оператора Шредингера

Галимов Артур Нилович[1]
ассистент, аспирант
Башкирский государственный университет, Уфа, Россия
E–mail: ArturGalimov@rambler.ru

В настоящей работе мы изучаем $L^2(R^n)$ операторы $H_0 u = -\Delta u$, где $\Delta -$лапласиан, $D(H_0) = W_2^2(R^n)$, $H = H_0 + V$, где V – оператор умножения на вещественную измеримую функцию $V(x) = (1+|x|)^{-1} W(x)$, и оператор умножения на $W(x)$ $H_0 -$компактен. В случае $n \le 3$ $H_0 -$компактность W означает, что $\lim\limits_{|x|\to\infty} \int\limits_{|x-y|\le 1} |W(y)|^2 dy = 0$, а для случая $n > 3$ достаточные условия $H_0 -$компактности обсуждены в [3] (§1.2), а также в [5] (глава I). По известной теореме Като-Реллиха (см. [1], С.185) оператор H самосопряжен с областью определения $D(H_0)$.

Введем волновые операторы (см [2], §XI.3).

$$\Omega^{\pm} = s - \lim_{t \to \mu\infty} e^{iHt} e^{-iH_0 t} \tag{1}$$

Если $\Omega^{\pm}$ существуют, то говорят, что они полны, если

$$Ran\, \Omega^{+} = Ran\, \Omega^{-} = Ran\, P_{ac}(H), \tag{2}$$

где $P_{ac}(H)$ - ортогональный проектор на абсолютно непрерывное подпространство оператора Шредингера H.

Мы доказываем что справедлива

Теорема. Пусть $V(x) = (1+|x|)^{-1} W(x)$, где $W - H_0 -$компактен. Если выполняется дополнительные условия:

1) при $n \le 3$ $W - H_0 -$ компактен.
2) при $n > 3$ выполняется условия теоремы 2.2 (см.[5]),

и при некотором $\varepsilon > 0$

$$\int\limits_{R^n} (1+|x|)^{-n+2+\varepsilon} V(x) dx < \infty \tag{3}$$

Тогда волновые операторы существуют и полны.

Литература

1. М. Рид, Б. Саймон. Методы современной математической физики. Т. 2 Гармонический анализ. Самосопряженность. Изд-во «Мир». М., 1978. 400 С.
2. М. Рид, Б. Саймон. Методы современной математической физики. Т. 3 Теория рассеяния. Изд-во «Мир». М., 1982. 443 С.
3. Х. Цикон, Р. Фрезе, В. Кирш, Б. Саймон. Операторы Шредингера с приложениями в квантовой механике и глобальной геометрии. Изд-во «Мир». М., 1990, 408 С.
4. Т. Като. Теория возмущений линейных операторов. Изд-во «Мир». М., 1972, 740 С.
5. Х.Х. Муртазин, В.А. Садовничий. Спектральный анализ многочастичного оператора Шредингера. Изд-во «МГУ». М., 1988, 230 С.
6. Х.Х. Муртазин, А.Н. Галимов. Спектр и рассеяние для операторов Шредингера с неограниченными коэффициентами. // ДАН, 2006, т. 407, №3, с. 313-315.

[1] Автор выражает признательность профессору, д.ф. – м.н. Муртазину Х.Х. за помощь в подготовке тезисов.